

GETİRİ EĞRİSİ MODELLERİNİN TAHMİN PERFORMANSININ KARŞILAŞTIRMALI ANALİZİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ

Nuh Agah TAHMİSCİOĞLU

Uzmanlık Tezi

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
Piyasalar Genel Müdürlüğü
İstanbul, Aralık 2022

**GETİRİ EĞRİSİ MODELLERİNİN TAHMİN PERFORMANSININ
KARŞILAŞTIRMALI ANALİZİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ**

Nuh Agah TAHMİSCİOĞLU

Danışman
Dr. Emrah AHİ

Uzmanlık Tezi

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
Piyasalar Genel Müdürlüğü
İstanbul, Aralık 2022

TÜRKİYE CUMHURİYET MERKEZ BANKASI
UZMANLIK TEZİ DEĞERLENDİRME TUTANAĞI

Piyasalar Genel Müdürlüğü, Piyasalar Analiz Müdürlüğü Uzman Yardımcısı (14729) Nuh Agah TAHMİSCİOĞLU'nun "Getiri Eğrisi Modellerinin Tahmin Performansının Karşılaştırmalı Analizi: Türkiye Örneği" başlıklı tezini görüşmek üzere tez değerlendirme komisyonu 14.12.2022 tarihinde toplanmıştır.

Tez çalışması ve yapılan tez savunması sonucunda aday, komisyon üyeleri tarafından karşılığında belirtilen şekilde değerlendirilmiştir:

Komisyon Üyesi Ad-Soyad / Unvan	Değerlendirme (Başarılı / Başarısız)	İmza
Dr. Hakan ER Piyasalar Genel Müdürü	Başarılı	
Süleyman Kutalmış ÖZCAN Piyasalar Genel Müdür Yardımcısı	Başarılı	
Abdulkadir SÜSLÜ Piyasalar Analiz Müdürü	Başarılı	
Dr. Öğretim Üyesi Emrah AHI Özyeğin Üniversitesi İşletme Fakültesi Öğretim Üyesi	Başarılı	

ÖNSÖZ

Çalışmada değerli tecrübelerini ve zamanını benimle paylaşarak bu çalışmanın olgunlaşmasında büyük paya sahip olan değerli danışman hocam Dr. Emrah Ahi'ye şükranlarımı sunarım. Çalışma sürecimde desteğini hissettiğim Piyasalar Genel Müdürlüğü personeline teşekkür ederim.

Değerli varlığı ile hayatımdaki her güzel şeyi mümkün kılan ve bu çalışma sürecinde de desteğini esirgemeyen sevgili eşim Esra Tahmiscioğlu'na sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
TABLO LİSTESİ	iv
GRAFİK LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
KISALTMA LİSTESİ	vii
EK LİSTESİ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xii
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

GETİRİ EĞRİSİ MODELLEMESİ	4
1.1. Getiri Eğrisi ve Getiri Eğrisi Modellemesinin Önemi	4
1.2. Getiri Eğrisi Modellemesine İlişkin Temel Kavramlar	6
1.2.1. İskonto Faktörü, Spot Faiz Oranı ve Kuponsuz Bonolar	7
1.2.2. Kuponlu Bonolar	8
1.2.3. Kupon Ayrıştırma Uygulaması	10
1.2.4. İleriye Doğru Yerine Koyma Yöntemi	10
1.2.5. Faiz Oranında Yıllıklandırma ve Bileşiklendirme	10
1.2.6. Spot, İleri Valörlü ve Eşlenik Getiri Oranı	11
1.2.7. Risk Primi, Risk Nötralizm, \mathbb{P} ve \mathbb{Q} Evrenleri	14
1.3. Getiri Eğrisi Modelleme Literatürüne Genel Bakış	17
1.3.1. Geleneksel Teoriler	17
1.3.1.1. Beklentiler Teorisi	18
1.3.1.2. Likidite Tercihi Teorisi	19
1.3.1.3. Segmentli Piyasalar Teorisi	19
1.3.1.4. Habitat Tercihi Teorisi	19

1.3.2. Modern Modeller	20
1.3.2.1. Yapısal Modeller	20
1.3.2.2. İstatistiksel Modeller	26
1.3.3. Türkiye Uygulamalı Getiri Eğrisi Modelleme Çalışmaları	31

İKİNCİ BÖLÜM

VERİ SETİ VE MODELLEME YÖNTEMLERİ	34
2.1. Veri Seti	34
2.2. Modelleme Yöntemleri	39
2.2.1. Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS)	39
2.2.2. Durum-Uzay Modeli (SSM)	40
2.2.3. Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli (DNSS)	43
2.2.4. Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli (RDNS)	44
2.2.5. Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS+M)	45

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

MODEL PERFORMANSLARININ KARŞILAŞTIRMALI ANALİZİ	48
3.1. Temel Metodolojik Yaklaşım ve "GEM"	48
3.2. Getiri Eğrisi Tahmin Performansları	52
3.3. Getiri Eğrisi Öngörü Performansları	53

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER	56
KAYNAKÇA	59
EKLER	64

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Merkez Bankalarında Kullanılan Getiri Eğrisi Tahmin Metotları ..	27
Tablo 2.1. Değişkenlerin Tanımlayıcı İstatistikleri	38
Tablo 2.2. Değişkenlerin Korelasyon Katsayıları.....	38
Tablo 3.1. Modellerin Örneklem İçi Tahmin Performansları	51
Tablo 3.2. Modellerin Örneklem Dışı 1 Gün İleri Öngörü Performansları	52
Tablo 3.3. Modellerin Örneklem Dışı 1 Hafta İleri Öngörü Performansları ...	53
Tablo 3.4. Modellerin Örneklem Dışı 1 Ay İleri Öngörü Performansları	54

GRAFİK LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Grafik 1.1. Eğim Faktör Yükünün Farklı λ ve Vadeye Göre Değişimi.....	29
Grafik 1.2. Eğrilik Faktör Yükünün Farklı λ ve Vadeye Göre Değişimi	29
Grafik 2.1. Getiri Eğrisi Yüzey Grafiği	35
Grafik 2.2. Vadeye Göre Getiri Oranları (Yüzde)	36
Grafik 2.3. Enflasyon (Yüzde)	36
Grafik 2.4. Kapasite Kullanım Oranı (Yüzde).....	37

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 3.1. GEM Açıklama Ekranı	47
Şekil 3.2. GEM Veri Girişi ve Model Seçimi Ekranı	48
Şekil 3.3. GEM Analiz-Eğri Tahmini Ekranı.....	49

KISALTMA LİSTESİ

- ABD : Amerika Birleşik Devletleri
- ADF : Augmented Dickey-Fuller Test (Çoğaltılmış Dickey-Fuller Testi)
- AR : Autoregressive Model (Ardışık Bağlanım Modeli)
- CIR : Cox-Ingersoll-Ross Model (Cox-Ingersoll-Ross Modeli)
- CIR++ : Extended Cox-Ingersoll-Ross Model
(Genişletilmiş Cox-Ingersoll-Ross Modeli)
- DİBS : Devlet İç Borçlanma Senedi
- DNS : Dynamic Nelson-Siegel Model (Dinamik Nelson-Siegel Modeli)
- DNS+M : Dynamic Nelson-Siegel Model with Macro Variables
(Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli)
- DNSS : Dynamic Nelson-Siegel Svensson Model
(Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli)
- ECB : The European Central Bank (Avrupa Merkez Bankası)
- EKK : En Küçük Karalar Yöntemi
- FED : The Federal Reserve (ABD Merkez Bankası)
- GEM : Getiri Eğrisi Modelleme Programı
- HJM : Heath-Jarrow-Morton Model (Heath-Jarrow-Morton Modeli)
- KKO : Kapasite Kullanım Oranı
- LIBOR : London Inter-Bank Offered Rate (Londra Bankalararası Faiz Oranı)

- LFM : Lognormal Forward-LIBOR Model
(Lognormal İleri Valörlü LIBOR Modeli)
- LSM : Lognormal Forward-Swap Model
(Lognormal İleri Valörlü Swap Modeli)
- MAE : Mean Absolute Error (Ortalama Mutlak Hata)
- MAFE : Mean Absolute Forecast Error (Ortalama Mutlak Öngörü Hatası)
- NS : Nelson-Siegel Model (Nelson-Siegel Modeli)
- NSS : Nelson-Siegel Svensson Model (Nelson-Siegel Svensson Modeli)
- RDNS : Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model
(Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli)
- RMAE : Relative Mean Absolute Error (Görelî Ortalama Mutlak Hata)
- RMAFE : Relative Mean Absolute Forecast Error
(Görelî Ortalama Mutlak Öngörü Hatası)
- RMSE : Root Mean Square Error
(Hata Karelerinin Ortalamasının Karekökü)
- RMSFE : Root Mean Square Forecast Error
(Öngörü Hatası Karelerinin Ortalamasının Karekökü)
- RRMSE : Relative Root Mean Square Error
(Görelî Hata Karelerinin Ortalamasının Karekökü)
- RRMSFE : Relative Root Mean Square Forecast Error
(Görelî Öngörü Hatası Karelerinin Ortalamasının Karekökü)
- SSM : State-Space Model (Durum-Uzay Modeli)
- TDK : Türk Dil Kurumu
- VAR : Vector Autoregressive Model (Vektör Ardışık Bağlanım Modeli)
- YTM : Yield to Maturity (Vadeye Kadar Getiri)

EK LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Ek 1. Değişkenlerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları	60
Ek 2. MATLAB Kodları – Getiri Eğrisi Modelleme Programı	61

ÖZET

Bu çalışmada, getiri eğrisi modellemesinde kullanılan önemli tutumlu parametrik yöntemlerden Diebold ve Li tarafından geliştirilen Dinamik Nelson-Siegel Modeli, Almeida ve diğerleri tarafından önerilen Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli, Nyholm tarafından ortaya konulan Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli ve Diebold ve diğerleri tarafından geliştirilmiş Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli'nin, Türkiye devlet iç borçlanma senetlerinin getiri eğrisini tahmin etme ve öngörme performansları karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir.

Bu çalışma, model yapısıyla özellikle para politikası alanındaki çalışmalara uygun bir model çerçevesi sunan Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli'nin ve makroekonomik değişkenler içeren Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli'nin Türkiye örneği için kullanıldığı, bununla birlikte geniş bir model setinin örneklem içi tahmin ve örneklem dışı öngörü performanslarının geniş bir tarih aralığında ve dinamik şekilde analiz edildiği ilk araştırma olma özelliği taşımaktadır.

Getiri eğrisi tahmin ve öngörü performanslarının, geniş bir model seti ve zaman aralığı için karşılaştırılması bütüncül bir teknik altyapı ihtiyacını ortaya çıkarmaktadır. Söz konusu ihtiyacı karşılamak üzere "Getiri Eğrisi Modelleme" adında özgün bir yazılım programı geliştirilmiştir. Modellerin performansları ortalama hata ölçütlerine göre karşılaştırıldığında; a) örneklem içi tahmin performansı genel olarak tüm vadelerde en iyi olan modelin Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli olduğu, b) 1 günlük kısa öngörü ufkunda öngörü performansı en yüksek modelin yine Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli olduğu, ancak 1 hafta ve 1 aylık daha uzun öngörü ufuklarında Dinamik Nelson-Siegel Modeli ve Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli'nin gerisinde kaldığı, c) Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli'nin özellikle kısa vadelerde iyi performans gösterdiği ve d) makroekonomik değişkenlerin getiri eğrisi tahmin ve öngörü performansına katkı sağlamadığı bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Getiri Eğrisi Tahmini ve Öngörüsü, Dinamik Nelson-Siegel Modeli, Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli, Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli, Getiri Eğrisi Modelleri Öngörü Performansı

ABSTRACT

In this paper, yield curve estimation and forecast performances of the Dynamic Nelson-Siegel Model developed by Diebold and Li, the Dynamic Nelson-Siegel Svensson Model proposed by Almeida et al., the Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model presented by Nyholm, and the Dynamic Nelson-Siegel Model with Macro Variables introduced by Diebold et al. are comparatively analyzed for the Turkish domestic government bonds.

This study has the feature of being first to implement the Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model presenting a proper model framework for studies particularly in the monetary policy field and the Dynamic Nelson-Siegel Model with Macro Variables including macroeconomic variables for Turkey case and to analyze dynamically in-sample estimation and out-of-sample forecast performances of a broad set of models over a wide span of time.

Comparative analysis of several different models over a long period of time brings out the need for an integrated technical infrastructure. To address this need, a new software program which is called "Yield Curve Modelling" has been developed for this study. When the estimation and forecast performances of the models are compared based on average error measures, it is found that a) the best performer for in-sample estimation is the Dynamic Nelson-Siegel Svensson Model for all maturities in general, b) the best model is the Dynamic Nelson-Siegel Svensson Model for forecast at 1-day horizon, however it falls behind the Dynamic Nelson-Siegel Model and the Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model at longer forecast horizons such as 1-week and 1-month, c) the Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model performs well at forecast for particularly shorter maturities, and e) including macroeconomic variables does not contribute to the yield curve estimation and forecast performance.

Keywords: Yield Curve Estimation and Forecast, Dynamic Nelson-Siegel Model, Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model, Dynamic Nelson-Siegel Model with Macro Variables, Forecast Performance of Yield Curve Models

GİRİŞ

Zaman ve ekonomik değer ilişkisi, ekonomi ve finans alanında son derece önemli bir yere sahiptir. Paranın zaman değeri, her türlü ekonomik ve finansal karar alıcının göz önünde bulundurduğu faktörlerin başında gelmektedir. Ekonomik bir kaynağın “bugün” veya “yarın” kullanılmasına ilişkin ödünleşimde en önemli denge faktörü, kaynağın bugün kullanılmasından vazgeçilmesi durumunda yarın, yani vadede elde edilmesi beklenen getiridir. Bu açıdan söz konusu beklenen getiri veya faiz oranı, paranın zaman değerinin ölçüsüdür. Ekonomik karar alıcıların davranışlarının daha iyi anlaşılabilmesi açısından paranın zaman değerinin anlaşılması, paranın zaman değerinin daha iyi anlaşılabilmesi bakımından da bahse konu getiri oranı ile zaman arasındaki ilişkinin anlaşılabilmesi son derece önem arz etmektedir.

Getiri eğrisi, getiri oranı ile vade arasındaki ilişkiyi temsil eden grafiksel bir gösterimdir. Getiri eğrisi, getiri oranını etkileyen vade dışındaki diğer tüm faktörlerin etkisinin arındırıldığı bir düzlemde, sadece zaman ve getiri oranı arasındaki ilişkinin gözlemlenebilmesine olanak verir. Bu bakımdan para politikasından varlık fiyatlamaya, risk yönetiminden finansal varlık yönetimine kadar çok geniş bir çerçevede getiri eğrisinin kullanım alanı bulunmaktadır. Paranın değeri ve zaman arasındaki ilişkinin incelenebilmesi için sağladığı temel itibarıyla, finans dünyasında “koordinat sistemi” fonksiyonu görmektedir.

Getiri eğrisinin modellenmesi, getiri eğrisinin kullanım yaygınlığı ve diğer birçok hesaplama temel teşkil etmesi nedeniyle son derece önemli bir konudur. Bununla birlikte, getiri eğrisinin doğrudan gözlemlenebilen bir olgu olmaması, zaman eksenindeki her bir vade noktası için piyasada işlem gören bir getiri oranının bulunmayışı ve vadeye kalan zaman dışındaki getiri oranını etkileyen faktörlerin etkilerinden arındırılmış bir analiz yapmanın çeşitli

zorluklar barındırması gibi nedenlere bağlı olarak, getiri eğrisi modellemesi uygulamada oldukęa karmaşık ve zorlu bir uğraştır.

Getiri eğrisi modellemesinin taşıdığı önem ve zorluklara bağlı olarak, getiri eğrisi modellemesi alanında tarihsel süreç içerisinde birçok farklı yöntem ve yaklaşım geliştirilmiştir. “Geleneksel Teoriler” olarak adlandırılan ilk dönem çalışmalar, zaman-getiri ilişkisinin temel özelliklerini anlamaya ve tanımlamaya yönelik çalışmalar olarak ortaya çıkmıştır. “Beklentiler Teorisi”, “Likidite Tercihi Teorisi”, “Segmentli Piyasalar Teorisi” ve “Habitat Tercihi Teorisi” gibi geleneksel teoriler, getiri eğrisinin gözlemlenen biçim özelliklerini açıklamaya yönelik temel çalışmalardır. “Modern Modeller” sınıfında kabul edilen çalışmaların ortak özelliği ise, getiri eğrisinin yapısına ilişkin matematiksel kesinlikte açıklama ortaya koymalarıdır. Modern dönem getiri eğrisi modellerini, farklı boyutlar itibarıyla farklı sınıflandırmalara tabi tutmak mümkündür. Bununla birlikte, literatürde öne çıkan en yaygın yaklaşım, söz konusu modellerin “Yapısal Modeller” ve “İstatistiksel Modeller” olarak sınıflandırılmasıdır. Yapısal modeller, faiz oranının iç yapısına ilişkin ekonomik bir açıklama öngören ve getiri eğrisi tahminini söz konusu yapısal açıklamaya dayandıran modellerdir. İstatistiksel modeller ise, yapısal modellerin aksine, faiz oranının iç yapısına ilişkin ekonomik herhangi bir ön kabul yapmadan, sadece gözlemlenen getiri eğrisini en iyi temsil edecek fonksiyonel ilişkiyi araştıran modellerdir.

İstatistiksel modellerin önemli bir alt sınıfını “Tutumlu Parametrik Modeller” oluşturmaktadır. Tutumlu (“parsimonious”) parametrik modeller, getiri eğrisinin aldığı farklı şekillere uyum sağlayacak esnekliğe sahip olmanın yanında parametre bakımından sade (tutumlu) bir yapıda getiri eğrisi modeli sunmaktır. Söz konusu modeller, sade parametre yapısına rağmen esnek bir çerçeve sunmaları gibi önemli özellikleri nedeniyle piyasa uygulamacıları ve özellikle merkez bankacılığı açısından oldukęa popüler modellerdir.

Bu çalışmada, istatistiksel modellerin tutumlu parametrik modeller sınıfına ait DNS, DNSS, RDNS ve DNS+M modelleri kullanılarak Türkiye uygulaması için getiri eğrisi modellerinin oluşturulması ve söz konusu

modellerin tahmin ve öngörü performanslarının karşılaştırmalı olarak analiz edilmesi amaçlanmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde getiri eğrisi ve önemi, getiri eğrisi modellemesine ilişkin temel kavramlar ve getiri eğrisi modelleme literatürüne genel bakış çerçevesinde getiri eğrisi modellemesi açıklanmaktadır. İkinci bölümde, çalışmada kullanılan veri seti ve modelleme yöntemlerine ilişkin bilgi verilmektedir. Üçüncü bölümde ise çalışmada kullanılan modellerin getiri eğrisi tahmin ve getiri eğrisi öngörü performansları farklı performans ölçütleri çerçevesinde karşılaştırmalı olarak incelenmektedir. Çalışmanın dördüncü ve son bölümünde ise, çalışmanın sonuçlarına ilişkin bulgular değerlendirilmekte ve gelecekte yapılabilecek çalışmalara yönelik öneriler sunulmaktadır.

BİRİNCİ BÖLÜM

GETİRİ EĞRİSİ MODELLEMESİ

Bu bölümde çalışmanın kavramsal çerçevesinin oluşturulması amacıyla getiri eğrisi kavramı ve getiri eğrisi modelleme çalışmalarının önemi açıklanmaktadır. Sonrasında, bono ve tahvil hesaplamalarına ilişkin temel kavramlar ve matematiksel özellikler hakkında bilgi verilmektedir. Devamında, getiri eğrisi modelleme tekniklerinin tarihsel gelişimi literatürdeki önemli çalışmalar çerçevesinde incelenmektedir. Son olarak, ülkemizi konu alan getiri eğrisi modelleme çalışmaları hakkında bilgi verilerek çalışmanın farklı yönleri ve literatüre katkısı açıklanmaktadır.

1.1. Getiri Eğrisi ve Getiri Eğrisi Modellemesinin Önemi

Zaman ve değer ilişkisi, ekonomi ve finans alanında son derece önemli bir yere sahiptir. Paranın zaman değeri, kısıtlı kaynaklar altında “bugün” ve “yarın” arasında ödünleşim içerisinde bulunan ekonomik karar vericilerin kararlarında merkezi bir rol oynamaktadır. Bu ödünleşim içerisinde, zaman eksenini üzerinde farklı noktalarda bulunan veya bulunması beklenen parasal büyüklüklerin bugünkü ve gelecekteki değerlerinin kıyaslanabilmesi, paranın zamansal değerinin ölçülebilmesi ile mümkündür. Paranın zaman değerinin ölçü birimi ise faizdir. Bu nedenle zaman ve paranın zaman değerini ifade eden faiz arasındaki ilişkinin anlaşılabilmesi büyük önem arz etmektedir.

Faiz kelimesi Türkçe’de, “ödünç verilen paraya karşılık alınan kar, getiri” veya “paranın fiyatı, kiralanan paranın kira bedeli” anlamları taşımaktadır (TDK, 2022). Faiz kavramı İngilizce’de ise benzer şekilde “ödünç alınan paraya ödenen veya ödünç verilen paraya karşılık alınan para” anlamına gelmektedir (Cambridge, 2022). Öte yandan İngilizce “interest rate” kavramının kökenine bakıldığında, “interest” kelimesinin Latince “inter” ve “esse” kelimelerinin birleşiminden oluşan ve “arada olmak, bulunmak” anlamına gelen “interesse” kelimesinden türediği anlaşılmaktadır. Bu açıdan

faiz oranının, bir ekonomik karar vericiyi, bir parasal büyüklüğün “bugünkü” ve “yarınki” değerleri karşısında “kayıtsız” bırakan “getiri” olduğunu söylemek mümkündür. Bir başka ifadeyle faiz oranı, bugün ödünç alınan ya da verilen bir parasal büyüklüğün bugünkü değeri ile bunun karşılığında gelecekte yapılacak veya alınacak bir ödemenin değerini işlemin tarafları açısından birbirine eşitleyen getiri oranıdır. Bir ekonomik işlemin değeri konusundaki taraflar arası uzlaşısı ise, söz konusu işlemin gerçekleşmesi için gerekli en önemli temel şarttır.

Getiri eğrisi, önemi yukarıda belirtilen zaman ve paranın zamansal değeri arasındaki söz konusu ilişkiyi anlamak için bir ekonomide kullanılan en önemli araçtır. FED (2022)'e göre, faiz oranlarının vade yapısı da denilen getiri eğrisi, borçlanma araçlarının vadesine kalan zaman ile söz konusu borçlanma araçlarının getirisi arasındaki ilişkiyi ifade etmektedir. ECB (2022) de benzer şekilde getiri eğrisini borçlanma araçlarının piyasa oranları ile vadeye kalan zamanları arasındaki ilişkinin bir gösterimi olarak tanımlamaktadır.

Getiri eğrisinin ekonomi ve finans alanındaki yoğun kullanımına bağlı olarak, getiri eğrisinin modellenmesi önemli bir konudur. Öncelikle getiri eğrisi, tüm ekonomik kararlarda temel belirleyici unsurlardan birisi olan paranın zaman değeri hakkında bilgi verir. Getiri eğrisi, sadece getiri eğrisinin tahmininde kullanılan borçlanma araçları hakkında bilgi vermez. Genel olarak bir ekonomide risksiz borçlanma aracı olarak kabul edilen devlet borçlanma araçları kullanılarak oluşturulan getiri eğrisi, diğer tüm borçlanma maliyetleri için bir temel ölçü oluşturur. Öte yandan, farklı vadelerdeki faiz oranlarının hesaplanmasında ana araç olarak finansal ve reel birçok varlık fiyatlamasına temel oluşturur. Getiri eğrisi ayrıca ekonomi politikası açısından da son derece önemli bir araçtır. Getiri eğrisi, maliye politikası açısından kamu finansmanına ilişkin planlama çalışmalarında kullanılan ana araçlardan birisidir. Para politikası açısından getiri eğrisi, para politikası aktarım mekanizmasının en önemli kanallarından olan finansal piyasaların makroekonomik ve finansal koşullara ilişkin ileriye yönelik beklentilerini ölçmede politika yapımcıları için çok önemli bir araç sağlar (Nymand-Andersen, 2018).

Getiri eğrisi doğrudan gözlemlenebilen bir olgu değildir. Esasen, zaman ve getiri arasındaki ilişkiyi ortaya koymaya çalışan ve tahmin yoluyla elde edilen matematiksel bir modeldir. Bu durumun temel nedenleri arasında herşeyden önce, getirinin fiyat gibi doğrudan gözlemlenebilir bir büyüklük olmaması yatmaktadır. Örneğin piyasada işlem gören bir tahvilin fiyatı gözlemlenebilirken, getirisi ise ancak fiyatından hareketle çıkarım yoluyla tahmin edilebilir. İkinci neden, zaman ekseninde herbir farklı noktada örneği olan bir borçlanma aracının bulunmamasıdır. Getiri eğrisinin örnek bulunmayan vadeleri için getiri, mevcut bulunan vadelerin getirilerinden hareketle tahmin edilir. Bir diğer önemli husus ise vadeye kalan zaman dışında diğer tüm özellikleri homojen olan ve tüm vadelere yayılmış tekil bir borçlanma aracının bulunmamasıdır. Vadeye kalan zaman ve getiri ilişkisinin doğru anlaşılabilmesi için, başta risk ve likidite gibi getiriye etkileyen diğer faktörlerin etkilerinin arındırılması ve getiri eğrisinin sadece vadeye kalan zaman – getiri ilişkisi üzerinden incelenmesi gerekmektedir.

Bahse konu faktörler, getiri eğrisi modellemesini pratikte oldukça karmaşık ve zorlu bir uğraşa dönüştürmektedir. Konunun önemi yanında söz konusu zorluğu, getiri eğrisi modellemesini amaçlayan birçok farklı ve alternatif yöntem ve yaklaşımın ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bahse konu modellere ilişkin bilgi verilmeden önce, modellerin temel yaklaşımlarının ve farklılıklarının daha iyi ortaya konulabilmesi adına, takip eden bölümde temel bazı kavramlar hakkında bilgi verilmektedir.

1.2. Getiri Eğrisi Modellemesine İlişkin Temel Kavramlar

Getiri eğrisi, zaman ve getiri arasındaki ilişkinin anlaşılmasında ve gösteriminde temel araçtır. Zaman ve getiri arasındaki ilişkinin en doğru şekilde anlaşılabilmesi, getiri eğrisi analizinde kullanılan finansal varlığın çok çeşitli zaman-getiri gerçekleştirmelerinin gözlemlenebilmesine ve zaman dışında getiriye etki eden risk, likidite vb. diğer faktörler bakımından homojen özellik göstermesine bağlıdır. Bu bakımdan sabit getirili borçlanma araçları, tutarı ve zamanı önceden belirli olan farklı tarihli kupon ödemelerinin bulunması nedeniyle zaman-getiri ilişkisinin incelenmesi için uygun özellikler taşımaktadır. Sabit getirili borçlanma araçları içerisinde ise devlet borçlanma

araçları, farklı vadelerde ihraç edilmiş çok çeşitli örneklerinin bulunması, bir ekonomide risksiz kabul edilen finansal varlıklar olmaları ve işlem hacminin ve likiditesinin özel sektör borçlanma araçlarına kıyasla çok daha yüksek olması nedeniyle, getiri eğrisi analizi için en uygun finansal varlık türü olarak öne çıkmaktadır.

Sabit getirili devlet borçlanma araçları tahvil ve bonolardan oluşmaktadır. Tahvil terimi genellikle bir yıl ve üzerinde vadeli ve kupon ödemesi olan borçlanma senetlerini ifade ederken, bono terimi kısa vadeli ve kupon ödemesi olmayan iskontolu senetleri ifade etmek için kullanılmaktadır. Çalışmada anlaşılabilirlik açısından söz konusu terimler yerine kuponlu bono ve kuponsuz bono terimleri kullanılmaktadır.

1.2.1. İskonto Faktörü, Spot Faiz Oranı ve Kuponsuz Bonolar

Zaman-getiri ilişkisinin en önemli unsurları iskonto faktörü ve spot faiz oranı kavramlarıdır. İskonto faktörü $d_t(m)$, gelecekte $t + m$ anında (m yıl vadeli) yapılacak FV tutarındaki risksiz tekil bir ödemeyi, bu ödemenin t anındaki fiyatı $P_t(m)$ 'ye eşitleyen çarpanıdır. Formül 1.1'de FV tutarındaki risksiz ödemenin bir birimlik (1 TL, 1 USD vb.) bir ödeme olması durumunda, iskonto faktörü $d_t(m)$ fiyat $P_t(m)$ 'ye eşit olacaktır.

$$P_t(m) = \frac{1}{[1 + r_t(m)]^m} \times FV \quad \rightarrow \quad d_t(m) = \frac{1}{[1 + r_t(m)]^m} \quad (1.1)$$

Formül 1.1'de $r_t(m)$ ile gösterilen spot faiz oranı ise, söz konusu bir birimlik risksiz ödemenin vadeye kadar olan yıllık getirisidir. Bir başka ifadeyle spot faiz oranı, t anında $d_t(m)$ tutarında ve m vadeli olarak alınan ve vadede geri ödemesi 1 birim olan risksiz borcun maliyetidir. Farklı m vadeleri için iskonto faktörleri ve spot faiz oranları, sırasıyla iskonto fonksiyonunu ve spot getiri eğrisini oluşturur. Farklı m vadelerinde nakit akışı sağlayan her türlü finansal varlığın değerlendirilmesinde, söz konusu vadelere karşılık gelen iskonto oranlarının veya spot faiz oranlarının bilinmesi esas olup, bu oranlar iskonto fonksiyonu veya spot getiri eğrisinden elde edilmektedir. Formül 1.1'de görüldüğü üzere iskonto oranı veya spot faiz oranından birisi kullanılarak diğeri elde edilebilmektedir.

Kuponsuz bonolar, zaman-getiri ilişkisinin anlaşılması bakımından temel yapı taşı oluşturulmaktadır. Literatür ve piyasada “zero coupon” olarak ifade edilen kuponsuz bono tanımı gereği, ihraç tarihinde iskontolu olarak ihraç edilir, vadesine kadar herhangi bir kupon ödemesi yapmaz ve sadece vadesinde bononun nominal değeri tutarında tek bir ödeme yapar. Formül 1.1’e göre, kuponsuz bononun vadesinde ödenecek nominal değerini gözlemlenen piyasa fiyatına eşitleyen çarpan, gözlem tarihi itibarıyla bononun vadesi için iskonto oranını vermektedir. Bu nedenle kuponsuz bonolar, yukarıda tarif edilen iskonto fonksiyonu ve spot getiri eğrisinin elde edilmesinde birincil kaynaktır. Bununla birlikte önemli bir sorun, kuponsuz bonoların kısa vadeli finansal varlıklar olmalarından dolayı her vadede kuponsuz bono bulunmamasıdır. Bu nedenle spot getiri eğrisinin uzun vadeli bölümlerinin oluşturulması için kuponlu bonolar kullanılmaktadır.

1.2.2. Kuponlu Bonolar

Kuponlu bonolar, vadesine bağlı olarak farklı tarihlerde kupon ödemeleri ve vade sonunda da anapara ödemesi yapan finansal varlıklardır. Kuponlu bonoların 1 yıldan 10 yıl ve üzeri vadelere kadar çok çeşitli uzun vadelerde örnekleri bulunmaktadır. Kuponlu bonoların, kupon ve anapara ödemelerinin yapısına göre de çok farklı çeşitleri bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak, anapara ödemesinin vadede ve tek seferde yapıldığı standart bonolar, anapara ödemesinin vadeye kadar periyodik olarak yapıldığı amortisman bonoları veya balon ödemeli bonolar ve kupon ödemesinin bir faiz oranı veya enflasyon ölçüsü gibi bir referansa bağlı olduğu değişken kuponlu bonolar örnek olarak verilebilir. Nakit akımlarının tutarının ve zamanının belirli olmasına bağlı olarak, getiri eğrisi modelleme çalışmalarında sabit anapara ve kupon ödemesi olan standart bonoların kullanımı tercih edilmektedir. Buna göre t gözlem anında, yılda f kez olmak üzere toplam n kez CR sabit oranında kupon ödemesi yapan ve vade sonunda ayrıca nominal değeri FV tutarında ödeme yapan m yıl vadeli bir kuponlu bononun fiyatı $P_t(m)$ aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$P_t(m) = \frac{(CR/f) \times FV}{[1 + r_t(1/f) / f]^{(1/f)}} + \frac{(CR/f) \times FV}{[1 + r_t(2/f) / f]^{(2/f)}} + \dots + \frac{(CR/f) \times FV + FV}{[1 + r_t(m) / f]^{(m \times f)}} \quad (1.2)$$

Formül 1.2, her biri $(CR / f) \times FV$ tutarındaki $(1/f)$ yıl eşit zaman aralıklarında yapılan n adet kupon ödemesinin ve m yıl sonunda yapılan FV tutarındaki anapara ödemesinin iskonto edilmiş toplam bugünkü değerini göstermektedir. Vade süresi m yıl boyunca yılda f kez kupon ödemesi toplam $m \times f = n$ dönem kupon ödenmesi anlamına gelmektedir. Kuponlu bonolar genelde yılda 2 kez kupon ödemesi yapmaktadır. Bu durumda formüldeki f frekansının değeri 2 olacaktır. Her bir dönemde yapılan $(CR / f) \times FV = C$ tutarındaki kupon ödemeleri sabit ve eşittir. Formülde pay değerlerinin sabit olduğu ve bilindiği dikkate alındığında ve f frekansı 2 olarak kabul edildiğinde, formül 1.2 aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir.

$$P_t(m) = C \times \left(\frac{1}{[1 + r_t(0,5) / 2]^{(0,5)}} + \frac{1}{[1 + r_t(1,0) / 2]^{(1,0)}} + \dots + \frac{1}{[1 + r_t(m) / 2]^{(m \times 2)}} \right) + FV \times \frac{1}{[1 + r_t(m) / 2]^{(m \times 2)}} \quad (1.3)$$

Söz konusu kuponlu bononun bugünkü fiyatının hesaplanabilmesi için formül 1.3'de paydalarda yer alan ve yıl olarak farklı vadeler için t gözlem anındaki spot faiz oranlarını ifade eden $r_t(0,5)$, $r_t(1,0)$, ... , $r_t(m)$ değerlerinin elde edilebileceği $r_t(m)$ spot getiri eğrisinin veya $d_t(m)$ iskonto fonksiyonunun bilinmesi gerekmektedir. Bununla birlikte $r_t(m)$ değerleri piyasada doğrudan gözlemlenebilen değerler değildir. Herhangi bir t gözlem anında bir bononun, sadece fiyatı doğrudan gözlemlenebilmektedir. Bononun kuponsuz iskontolu bono olması durumunda, söz konusu gözlemlenen fiyattan bononun vadeye kadar elde tutulması durumunda elde edilecek yıllık getiri oranı (YTM) hesaplanabilir. Söz konusu getiri oranı aynı zamanda, bononun vadesi kadar süre için piyasada ortaya çıkan yıllık spot faiz oranına eşittir. Öte yandan bononun kuponlu bir bono olması durumunda, bononun farklı vadelerde birden fazla nakit akımı bulunması nedeniyle böyle bir hesaplamayı doğrudan yapmak mümkün olmamaktadır. Bununla birlikte, kuponlu bononun kupon ve anapara ödemelerinin bugünkü değerini piyasa fiyatına eşitleyen bir YTM değeri tahmin edilebilir. Ancak bu değer, kazanılan ara kupon ödemelerinin değişmeyen bir YTM oranından vade sonuna kadar tekrar yatırıma dönüştürülebildiği varsayımı altında elde edilen sadece tahmini bir değerdir. Söz konusu oran piyasada herhangi bir işleme konu olan ve gözlemlenebilen bir oran değildir. Söz konusu sorunun çözümüne ilişkin olarak, spot getiri

eğrisinin en azından belirli vadeler için türetilmesinde kullanılan iki önemli uygulama “kupon ayrıştırma” ve “ileriye doğru yerine koyma”dır.

1.2.3. Kupon Ayrıştırma Uygulaması

Kuponlu bonoların her bir kupon ve anapara ödemesi, esasında vadesinde tek bir nakit akımı sağlayan kuponsuz iskontolu bir bono olarak düşünülebilir. Bu gözlem, farklı vadelerdeki nakit akım ihtiyaçlarına daha esnek alternatifler üretilmesine imkân veren ve borçlanma araçlarının likiditesini ve bu yolla kullanımını geliştiren önemli bir uygulama olarak kupon ayrıştırma uygulamasına zemin hazırlamıştır. Menkul kıymetlerin kayıtlı faiz ve anapara ödemelerinin ayrıştırılmış olarak alım satımına izin veren söz konusu uygulama ile, bir kuponlu bononun kupon ödemeleri ve anapara ödemesi ayrıştırılarak her biri ayrı bir menkul kıymetmiş gibi piyasada işlem görebilmektedir. Bu uygulama getiri eğrisinin türetilmesi çabası bakımından önemli bir sonuç olarak, kuponlu bir bononun ayrıştırılmış kupon ve anapara ödemelerinin piyasa fiyatları üzerinden ödemelerin yapıldığı birçok farklı vade için spot faiz oranlarının doğrudan hesaplanabilmesine imkân vermektedir.

1.2.4. İleriye Doğru Yerine Koyma Yöntemi

Kuponsuz bonolar ve kuponlu bonoların ayrıştırılmış kupon ve anapara ödemeleri kullanılarak hesaplanan spot faiz oranları, spot getiri eğrisinin tüm vadeleri için faiz oranlarının belirlenmesinde yeterli olmamaktadır. İleriye doğru yerine koyma yöntemi, zaman ekseninde daha kısa vadeler için bilinen faiz oranlarını, daha uzun vadeli bonoların fiyat denklemleri içerisinde yerine koyarak bilinmeyen vadelerdeki faiz oranlarının hesaplanmasına dayanan bir yöntemdir. Bu yöntemle, kuponsuz ve kuponlu bonoların piyasa fiyatları üzerinden doğrudan gözlemlenemeyen ancak arbitrajsız piyasa koşulu altında aslında dolaylı olarak elde edilebilecek diğer bazı faiz oranları da çıkarım yoluyla elde edilebilmektedir.

1.2.5. Faiz Oranında Yıllıklandırma ve Bileşiklendirme

Getiri oranı gösteriminde kullanılan bazı temel kavram ve kurallar bulunmaktadır. Söz konusu kuralların anlaşılması, uygulamada standart

oluşturulması ve kıyaslanabilirliğin sağlanması bakımından son derece önemlidir. Bu kurallardan ilki yıllıklandırma dır. Aksi ağıkça belirtilmedikçe bahse konu bir faiz oranı, vadesi her ne olursa olsun yıllık olarak veya yıllıklandırılmış şekilde ifade edilir. Bir diğer önemli kavram bileşiklendirme dır. Gerçek getiri oranı, esasen yatırım süresi boyunca elde edilen bir ara getiri bulunması durumunda, söz konusu ara getirinin de getiri elde edeceği gerçeğini dikkate alan bileşik getiri hesaplaması ile yapılmaktadır. Farklı finansal varlıkların farklı getiri özelliklerine ve uygulamada yerleşik hesaplama metodlarına bağlı olarak, farklı finansal varlıklar için farklı bileşiklendirme ve gün sayım konvansiyonları uygulanmaktadır.

Örneğin faiz ödemesi aylık tahakkuk eden ve 3 ayda bir ödemesi olan bir kredi için faiz ödemesi aylık olarak bileşiklendirilirken, 6 ayda bir kupon ödemesi olan tahvil için bileşiklendirme 6 aylık yapılabilmektedir. Farklı finansal varlıkların farklı bileşiklendirme özellikleri olduğundan, kıyaslanabilirlik amacıyla sürekli bileşiklendirme yaygın kullanılan bir yöntemdir. Örneğin kuponsuz bir bono için fiyatlama, basit faiz formülü ve gerçek gün/365 yıllıklandırma gün konvansiyonu kullanılarak yapılmaktayken, 6 ayda bir kupon ödemeli bir kuponlu bono için 6 ayda bir bileşiklendirme yapılarak ve gerçek gün/gerçek gün yıllıklandırma gün konvansiyonu ile yapılmaktadır (Borsa İstanbul, 2017). Farklı finansal varlıkların fiyatlamasında kullanılan faiz formülleri ve bileşiklendirme uygulamaları dikkate alındığında, kıyaslanabilirliğin sağlanması amacıyla getiri eğrisi modelleme çalışmalarında tüm faiz oranlarının sürekli bileşik faize dönüştürülmesi yaygın bir uygulamadır.

1.2.6. Spot, İleri Valörlü ve Eşlenik Getiri Oranı

Getiri oranları temel olarak üç farklı şekilde ifade edilmektedir. Bunlar spot getiri oranı, ileri valörlü getiri oranı ve eşlenik getiri oranı olarak isimlendirilmektedir. Üç farklı gösterim de birbirleriyle doğrudan ilişkilidir. Getiri oranlarının herhangi bir gösterimde bilinmesi durumunda, diğer gösterimler de bilinen gösterimden hareketle türetilabilmektedir. Sürekli bileşik türde spot, ileri valörlü ve eşlenik getiri oranları aşağıdaki denklemlerde gösterilmektedir.

Bölüm 1.2.1.'de iskonto oranı $d_t(m)$ 'nin, $t+m$ anında gerçekleşecek 1 birimlik ödemenin t gözlem anı itibarıyla değerine eşit olduğu ifade edilmektedir. Formül 1.1'de basit formülü verilen iskonto oranının, sürekli bileşik zamandaki gösterimi Formül 1.4'de yer almaktadır. Formül yeniden düzenlendiğinde, t gözlem anında m vadesi için geçerli sürekli bileşik spot getiri oranı olan $y_t(m)$ elde edilmektedir. Söz konusu getiri oranı spot oran veya sıfır kupon oranı olarak da tanımlanmaktadır.

$$d_t(m) = e^{-(y_t(m) \times m)} \rightarrow y_t(m) = -\ln [d_t(m)] / m \quad (1.4)$$

İleri valörlü getiri oranı, bir yatırımcının t gözlem tarihi itibarıyla, $(t+n)$ tarihinde başlayacak ve daha ilerideki bir $(t+n+m)$ tarihinde 1 birimlik ödeme ile sonuçlanacak bir yatırım için kabul ettiği getiri oranıdır. Bir başka ifadeyle, t gözlem tarihinde önceden anlaşıldığı üzere $P_t(n, m)$ fiyatından $(t+n)$ tarihinde alınacak ve vadesi olan $(t+n+m)$ tarihi geldiğinde 1 birimlik ödeme yapacak olan kuponsuz bir bononun $(t+n)$ ile $(t+n+m)$ tarihleri arasında yatırımcısına kazandıracığı getiri oranıdır. İleri valörlü getiri oranı $f_t(n, m)$ notasyonu ile gösterilmektedir.

İleri $(t+n+m)$ tarihinde gerçekleşecek 1 birimlik ödemenin, doğrudan t gözlem tarihine (bugüne) iskonto edilmesi ile önce $(t+n)$ tarihine ve oradan tekrar t tarihine iskonto edilmesi arasında teorik olarak herhangi bir fark bulunmamaktadır. Her iki iskonto şekli ile elde edilen bugünkü fiyatlar birbirine eşit olmalıdır. $(t+n+m)$ tarihinde gerçekleşecek 1 birimlik ödemenin, Formül 1.4'de verilen sürekli zaman iskonto oranı kullanılarak ve iki farklı iskonto şekliyle hesaplanan bugünkü değerlerini birbirine eşitleyen denklik aşağıda gösterilmektedir.

$$1 \times d_t(n+m) = 1 \times d_n(m) \times d_t(n) \quad (1.5)$$

Denklem 1.5'de yer alan $d_n(m)$ ifadesi, esasında n tarihi itibarıyla m vadeli iskonto oranını ifade etmektedir ve n tarihi gelmeden bilinmesi mümkün değildir. Formül 1.4'de yerine konulduğunda n gözlem tarihi itibarıyla m vadesi için geçerli sürekli bileşik spot getiri oranı olan $y_n(m)$ elde edilmektedir.

$$d_n(m) = e^{-(y_n(m) \times m)} \rightarrow y_n(m) = -\ln [d_n(m)] / m \quad (1.6)$$

Gelecek tarihli iskonto oranı $d_n(m)$ veya spot getiri oranı $y_n(m)$, n tarihi gelmeden bilinmemekte ancak tahmin edilebilmektedir. Beklentiler hipotezine göre ileri valörlü getiri oranları gelecek spot getiri oranlarının yansız tahmin edicisidir (Wickens, 2021).

$$E[y_n(m)] = f_t(n, m) \rightarrow E[d_n(m)] = e^{-[f_t(n, m) \times m]} \quad (1.7)$$

Formül 1.7'de türetilen n tarihi itibarıyla m vadeli iskonto oranının beklenen değeri, Formül 1.5'de yerine konulup eşitlik yeniden düzenlendiğinde ileri valörlü (tarihli) getiri oranını veren denklem Formül 1.8'de gösterilmektedir.

$$f_t(n, m) = -\ln [d_t(n+m) / d_t(n)] / m \quad (1.8)$$

İleri tarihli m süresi sifıra yaklaşırken yukarıdaki ifadenin limiti, n tarihi için anlık ileri valörlü getiri oranına eşit olacaktır.

$$f_t(n, 0) = \lim_{m \rightarrow 0} f_t(n, m) = -\partial \ln[d_t(n)] / \partial n \quad (1.9)$$

Gözlem anı t itibarıyla, t ve n zamanları arasındaki anlık ileri valörlü getiri oranlarının ortalaması ise n vadesi için spot getiri oranını vermektedir.

$$y_t(n) = \frac{1}{n} \times \int_0^n f_t(n, 0) dn \quad (1.10)$$

Denklem 1.10, birer yıllık sürekli bileşik ileri valörlü oranların ortalaması olarak da yazılabilir.

$$y_t(n) = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n f_t(i-1, 1) \quad (1.11)$$

Görüldüğü üzere, Denklem 1.10 veya 1.11, spot getiri oranları ile ileri valörlü getiri oranları arasında doğrudan bir bağlantı sağlamaktadır. Bu yolla, spot getiri oranlarının bilinmesi durumunda ileri valörlü oranlar hesaplanabilmekte veya bilinen ileri valörlü oranlar kullanılarak spot oranlar hesaplanabilmektedir.

Eşlenik oran (par oran) ise getiri oranlarını ifade etmenin bir diğer yoludur. Belirli bir vadedeki kuponlu bononun bugünkü fiyatını nominal değerine eşitleyecek olan kupon oranıdır. Formül 1.2'de yılda f kez olmak üzere toplam n kez CR sabit oranında kupon ödemesi yapan ve vade sonunda ayrıca nominal değeri FV tutarında ödeme yapan m yıl vadeli bir kuponlu bononun fiyatı $P_t(m)$ ile gösterilmişti. Söz konusu formül, nominal değer ve bugünkü fiyatın 1 birim olduğu ve spot faiz oranları yerine iskonto oranlarının kullanıldığı gösterim şeklinde yeniden düzenlenirse aşağıdaki denklemi sağlayan kupon oranı m vadesi için eşlenik oranı vermektedir (Gurkaynak vd., 2006).

$$P_t(m) = 1 = \left[\sum_{i=1}^m dt(m) \times y_t^p(m) / f \right] + dt(m) \quad (1.12)$$

$$y_t^p(m) = \left[1 - dt(m) \right] \times f / \sum_{i=1}^m dt(m) \quad (1.13)$$

Eşlenik oran, sürekli bileşik zamanda ifade edildiğinde ise aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

$$y_t^p(m) = \left[1 - dt(m) \right] / \int_0^m f dt(m) dm \quad (1.14)$$

1.2.7. Risk Primi, Risk Nötralizm, \mathbb{P} ve \mathbb{Q} Evrenleri

Getiri ve zaman ilişkisinin incelenmesinde önemli bir diğer konu risk faktörüdür. Riskten kaçınan bir yatırımcı, alacağı ilave riski telafi edecek şekilde ilave bir getiri, yani risk primi bekleyecektir. Algılanan söz konusu risk, yatırımcının yatırıma konu finansal varlığın değerine ilişkin düşüncesini doğrudan etkilemektedir.

Finansal varlıkların bugünkü değerinin belirlenmesinde, söz konusu varlıkların gelecekte yaratacağı nakit akımlarının iskonto edilerek bugüne indirgenmesi temel bir yöntemdir. Bununla birlikte, söz konusu yöntem uygulamada çeşitli zorluklar barındırmaktadır. İskonto işlemi en basit haliyle, payında gelecekte beklenen bir nakit akımının, paydasında ise uygun bir

iskonto oranının yer aldığı bir oranlama işlemidir. Ancak hem beklenen nakit akımlarının beklendiği şekilde gerçekleşip gerçekleşmeyeceği hem de uygun iskonto oranlarının ne olacağı hususları üzerinde belirsizlik bulunmakta ve bu belirsizlik risk yaratmaktadır.

Geleceğe dair her türlü getiri beklentisi beraberinde risk taşımaktadır. Devlet borçlanma araçlarının “risksiz” olduğu ifadesi ile esasında kastedilen, vadedilen ödemelerin yapılmaması sonucunu doğuran temerrüt riskinin olmamasıdır. Bir başka ifadeyle payda yer alan nakit akımının gerçekleşmesine ilişkin bir belirsizlik bulunmamaktadır. Bununla birlikte, bir devlet borçlanma aracının sağlayacağı nakit akımlarının paydada hangi iskonto oranıyla indirgenmesinin uygun olacağı hususunda belirsizlik bulunmaktadır. Bir devlet borçlanma aracından beklenen nominal getiriyi belirleyen iki temel risk faktörü ekonomik büyüme oranı (reel getiri) ve enflasyondur. Ekonomik büyüme ve enflasyon oranına ilişkin beklentiler üzerindeki belirsizlik talep edilecek risk primini belirlemektedir. Büyüme ve enflasyon faktörlerine ilişkin beklentiler üzerindeki belirsizlik uzun zaman aralıkları için doğal olarak yüksek olacağından, yatırım vadesi uzadıkça söz konusu riskler ve dolayısıyla risk primi de artış göstermektedir (Nyholm, 2019).

Gelecek nakit akımları iskonto edilirken kullanılacak iskonto oranının, çeşitli riskleri dikkate alacak şekilde düzeltme yapılarak belirlenmesi geleneksel bir yöntemdir. Ancak bazı finansal varlıkların gelecekteki nakit akımları asimetrik özellik gösterdiğinden, risk düzeltmesinin iskonto oranı üzerinde yapıldığı geleneksel yaklaşım söz konusu finansal varlıklar için kullanılamamaktadır. Örneğin bir finansal opsiyonun fiyatı dayanak varlığın fiyatı, kullanım fiyatı, vadeye kalan zaman, faiz oranları ve oynaklık gibi birçok farklı faktöre bağlı olarak linear olmayan bir özellik gösterir. Bu nedenle dayanak varlığın fiyatındaki aşağı ve yukarı yönlü hareketler, opsiyon fiyatı üzerinde birbirinden çok farklı asimetrik etkiler doğurur.

Gelecekteki nakit akımları ve kullanılacak iskonto oranlarına ilişkin belirsizliklerin ardında yatan temel risk faktörlerinin tespit edilerek modellenenilmesi, finansal varlıkların beklenen değerinin ve riskliliğinin doğru hesaplanabilmesi için son derece önemlidir. Bu amaçla, risk faktörlerine ilişkin

olasılık dağılımları tahmin edilmekte ve tahmin edilen bu dağılımlara dayanarak söz konusu risk faktörleri için gelecek tahminleri oluşturulmaktadır.

Söz konusu olasılık dağılımı ve gelecek tahminlerinin, finansal varlık fiyatlarının ve bu fiyatları etkileyen çeşitli risk faktörlerinin dinamik gelişiminin tarihsel gerçekleştirmeler üzerinden incelenmesine dayalı bir yaklaşımla oluşturulduğu yöntemler bütününe \mathbb{P} evreni denilmektedir.

Yukarıda, risk faktörünün kullanılan iskonto üzerinde yapılacak düzeltme ile hesaplama dahil edildiği geleneksel yöntemin bazı finansal araçlar için uygun olmadığı ifade edilmişti. Bu yöntem uygun olmayan özellikle türev finansal varlıkların fiyatlamasında, söz konusu zorluğu aşabilmek için tarihsel süreçte alternatif bir yöntem geliştirilmiştir. Geliştirilen söz konusu yöntemler bütününe \mathbb{Q} evreni denilmektedir. Bu evrende risk düzeltmesi, geleneksel yaklaşımın aksine iskonto faktörü üzerinde değil, nakit akımları üzerinde yapılmaktadır. Durum bağı nakit akımları, yeni bir olasılık dağılımından türetilen bir olasılık seti ile ağırlıklandırılmakta ve bu yolla risk düzeltmesinden sonra elde edilen nakit akımlarının “beklenen değeri” risksiz faiz oranı ile iskonto edilebilmektedir. Risksiz faiz oranının kullanımına imkân verdiği için, nakit akımlarının ağırlıklandırılmasında kullanılan söz konusu yeni olasılık dağılımına “risk nötr dağılım” denilmektedir. (Nyholm, 2019).

\mathbb{P} ve \mathbb{Q} evrenleri, matematiksel finansın iki farklı alanını oluşturmaktadır. \mathbb{P} evreni yöntemlerinin temel amacı “geleceği modellemek” iken, \mathbb{Q} evreni yöntemlerinin amacı “bugünü çıkarımlamak”tır. \mathbb{P} evreni yöntemleri gerçek olasılık dağılımları, birbiriyle ilintili çok sayıda finansal varlığa bağlı yüksek boyutlu kesikli zaman serileri ve çok değişkenli istatistik araçları kullanılarak geleceğe ilişkin tahminler üretmeyi amaçlamaktadır. Bu yönüyle, genelde iş kolu olarak piyasada varlık alım tarafında bulunan kişi ve kurumlar tarafından gerçekleştirilen finansal risk yönetimi ve portföy yönetimi faaliyetlerinin ana eksenini oluşturmaktadır. Öte yandan \mathbb{Q} evreni yöntemleri ise risk nötr olasılık dağılımları, sürekli zaman martingelleri, stokastik kalkülüs ve kısmi diferansiyel denklemler kullanılarak gerçek zamanlı türev ürün fiyatlamayı amaçlamaktadır. Buna bağlı olarak, piyasa yapıcılar gibi genellikle piyasada satım tarafında bulunan kişi ve kurumlar tarafından, fiyatı arz ve talep

tarafından belirlenen daha likit varlıkların fiyatlarından hareketle tekil bir türev ürünün anlık adil fiyatının hesaplanması için kullanılmaktadır (Meucci, 2011).

1.3. Getiri Eğrisi Modelleme Literatürüne Genel Bakış

Getiri ve zaman arasındaki ilişkinin karmaşıklığına bağlı olarak, getiri eğrisi modelleme çalışmalarında tarihsel süreç içerisinde birçok farklı yaklaşım ve yöntem ortaya çıkmıştır. Bu nedenle getiri eğrisi modelleme literatürü geliştirilen yaklaşım ve yöntemler bakımından oldukça zengin bir içeriğe sahiptir. Söz konusu yaklaşım ve yöntemlerden uygulama standardı haline gelmiş herhangi birisi bulunmamaktadır. Modelleme ihtiyacını doğuran çalışmanın ana amacına bağlı olarak farklı yaklaşım ve yöntemler öne çıkmaktadır.

Getiri eğrisi modelleme alanının çok geniş olan kapsamı ve teknik içeriğine bağlı olarak, literatürde yer alan yöntemlerin tamamı hakkında mevcut çalışma içerisinde bilgi vermek imkânı bulunmamaktadır. Bununla birlikte, yaklaşım ve yöntemlerin çeşitliliği ve karmaşıklığı, bir yöntemin çeşitli faktörler bakımından farklı sınıflara dahil olabilmesi gibi nedenlerle söz konusu yaklaşım ve yöntemlerin kesin bir şekilde sınıflandırılması da mümkün olamamaktadır. Bu nedenle çalışmada, temel tanımlayıcı boyutlar üzerinden yapılan genel bir sınıflandırmaya bağlı kalınarak, literatürde çığır açıcı etki oluşturan yaklaşım ve yöntemler hakkında bilgi verilmektedir.

1.3.1. Geleneksel Teoriler

Getiri eğrisi alanındaki yaklaşım ve yöntemleri, en temelde geleneksel teoriler ve modern modeller çerçevesinde sınıflandırmak mümkündür. Geleneksel teoriler, getiri-zaman ilişkisinin anlaşılmasına ilişkin ortaya koydukları bazı temel ilkeler bakımından önem taşımaktadır. Ancak söz konusu teoriler, modern modellerin aksine, getiri-zaman ilişkisinin gelişimine ilişkin niceliksel kesinlik taşıyan açıklamalar sunmaktan uzaktır. Bu bölümde sadece dört temel geleneksel teoriye kısaca değinilmekte olup, modern modeller hakkında diğer bölümlerde bilgi verilmektedir.

1.3.1.1. Beklentiler Teorisi

Beklentiler Teorisi grubuna giren yaklaşımlar, faiz oranlarının vade yapısını yatırımcı beklentileri çerçevesinde açıklamaktadır. Yansız Beklentiler Teorisi'ne göre, risk nötr bir dünya temel varsayımı altında, ileri valörlü faiz oranları gelecekteki spot faiz oranlarının yansız bir tahmin edicisidir ve bu nedenle uzun vadeli faiz oranları kısa vadeli faiz oranlarının bileşiminden oluşmaktadır. Herhangi iki farklı vadedeki bono birbirlerinin mükemmel ikamesidir. Yatırımcılar belirsizlikten etkilenmemekte ve bu nedenle risk primi var olmamaktadır. Bir yatırım sadece vadesi için geçerli olan risksiz getiri oranını kazandırmaktadır. Sonuç olarak örneğin, 10 yıl vadeli bir bononun 5 yıl elde tutulması ile 5 yıllık bir bononun alınıp vadesi sonuna kadar tutulmasının beklenen getirisi aynı olmaktadır. Ancak gerçekte yatırımcıların risk kaçınma özelliğinin olduğu, bu nedenle risk primi talep ettikleri bilinmektedir.

Yerel Beklentiler Teorisi ise, arbitrajsızlık koşulu altında çok kısa yatırım süreleri için risk priminin olmadığını ve beklenen getirinin sadece risksiz getiri oranı olduğunu ileri sürmekle birlikte, uzun vadeler için söz konusu kısıtlamayı korumamaktadır. Bu nedenle riskli dünya şartlarında da geçerlidir. Formül 1.1'de türetilen m vadedeki 1 birimlik nakit akımının bugünkü değerini veren iskonto oranı, kısa dönem için ileri tarihli faiz oranlarının bileşik sonucuna eşittir.

$$\frac{1}{P_t(m)} = [1+r(1)] \times [1+f(1,1)] \times [1+f(2,1)] \times \dots \times [1+f(m-1,1)] \quad (1.15)$$

Formül 1.4'deki ileri tarihli f faiz oranlarının gerçekleşmesi halinde bononun bir dönemlik getirisi $r(1)$ olacaktır. İfade yeniden düzenlendiğinde ve kesinlik varsayımı gevşetildiğinde bir kısa dönem getirisini veren denklik aşağıdaki şekilde olmaktadır.

$$\frac{P_{t+1}(m-1)}{P_t(m)} = [1+r(1)] \quad \rightarrow \quad \frac{E[P_{t+1}(m-1)]}{P_t(m)} = [1+r(1)] \quad (1.16)$$

Yukarıdaki denklem, uzun vadeli riskli bononun bir dönemlik getirisinin, bir dönemlik risksiz faiz oranı olduğunu ima etmektedir. Ancak bu

varsayımın aksine, kısa elde tutma süreleri için dahi, uzun vadeli bonoların getirisinin kısa vadeli bonolardan daha yüksek olduğu gözlemlenmektedir.

1.3.1.2. Likidite Tercih Teorisi

Likidite ihtiyacı ve uzun vadeli bonoların faiz oranı riskine daha yüksek maruziyeti, kısa vadeli bonolara olan talebin uzun vadeli bonolara olan talepten fazla olmasına neden olmaktadır. Bu nedenle yatırımcılar uzun vadeli bonolar için ilave getiri, yani likidite primi talep etmekte ve bu prim vade uzadıkça artmaktadır. Bu nedenle Likidite Teorisi yukarı (pozitif) eğimli bir getiri eğrisi öngörmektedir. Likidite Teorisi faiz oranlarının vade yapısına bütünsel bir açıklama getirmemektedir ve en önemli eksikliği ters (negatif) eğimli veya kıvrımlı getiri eğrisi durumlarına ilişkin bir açıklamasının bulunmamasıdır.

1.3.1.3. Segmentli Piyasalar Teorisi

Segmentli Piyasalar Teorisi'ne göre, getiri eğrisinin şeklini belirleyen temel faktör yatırımcıların vade tercihleridir. Belirli bir vadedeki getiri, ilgili vadedeki fon arz ve talebinin bir fonksiyonudur. Buna göre, belirli bir vade segmentindeki getiri, diğer vade segmentlerindeki getirilerden bağımsız olarak belirlenir. Bu yaklaşım, varlık-yükümlülük yönetimi ve fon yönetimi uygulamalarının bir gereği olarak belirli vade kısıtları altında yatırım tercihleri yapmak durumunda olan sigorta şirketleri, emeklilik şirketleri veya para piyasası fonları gibi çeşitli kurumsal yatırımcıların davranışlarına uygun açıklama getirmektedir. Fakat, farklı vadelerdeki getiri oranlarının birbirinden tamamen bağımsız hareket ettiği varsayımı, piyasadaki gerçek gözlemlerle bağdaşmamaktadır.

1.3.1.4. Habitat Tercih Teorisi

Habitat Tercih Teorisi, fon arz ve talep edenlerin vade tercihi bakımından güçlü tercihlerinin bulunduğu varsayımı itibarıyla Segmentli Piyasalar Teorisi ile benzerlik gösterse de vade segmentlerindeki getirilerin birbirinden bağımsız hareket ettiği varsayımını terk ederek söz konusu teoriden ayrılmaktadır. Habitat Tercih Teorisi'ne göre, kazanılacak ilave getirinin beklenen değerinin yeterince yüksek olması durumunda yatırımcılar

tercih ettikleri vade segmentinin dışına çıkabilmektedir. Bu teoride hem yatırımcıların geleceğe ilişkin beklentilerinin hem de vadeye ilişkin tercihlerinin getiri eğrisinin oluşumunda etkili olduğu kabul edilmekte ve bu haliyle gerçek dünya gözlemine daha yakın bir açıklama sunmaktadır.

1.3.2. Modern Modeller

Getiri eğrisi alanında modern dönem içerisinde kabul edilen çalışmaların en temel ortak özelliği, getiri eğrisinin gelişimine ve yapısına ilişkin niceliksel (matematiksel) kesinlikte bir açıklama ortaya koymalarıdır. Söz konusu modelleri, ele alınacak farklı ayırıcı özellikler bakımından birçok farklı sınıflandırmada ele almak mümkündür. Örneğin modeller yapısal-istatistiksel modeller, arbitrajsız-arbitraj koşulsuz modeller, tek faktörlü-çok faktörlü modeller gibi birçok farklı eksenle ele alınabilir. Bununla birlikte modeller sözü edilen ana özellikler bakımından hibrit özellikler gösterebilmekte ve farklı kategorilere giren versiyonlara sahip olabilmektedir. Örneğin, ilk çıktığında arbitrajsızlık koşulu taşımayan bir modelin sonradan arbitrajsız versiyonları da geliştirilmiş olabilmektedir. Bu nedenle takip eden bölümde, literatürde yer alan her bir modeli kesin çizgilerle ayrılmış bir sınıflandırma içerisinde ele almaya çalışmak yerine, modelleri birbirinden farklı kılan önemli boyutlar öne çıkarılarak sadece önemli modeller hakkında bilgi verilmektedir. Modern modeller “Yapısal Modeller” ve “İstatistiksel Modeller” ana başlıkları altında iki bölümde ele alınmaktadır.

1.3.2.1. Yapısal Modeller

Yapısal modeller, faiz oranının iç yapısına ilişkin ekonomik bir açıklama öngören ve getiri eğrisi tahminini söz konusu yapısal açıklamaya dayandıran modellerdir. Bu yönüyle söz konusu modellerin faiz oranı modelleri olarak isimlendirilmesi de mümkündür. Yapısal modelleri “Denge Modelleri” ve “Arbitrajsız Modeller” olarak iki alt sınıfa ayırmak mümkündür. Denge Modelleri, faiz oranının gelişimine ilişkin tahminini, başlangıçta gözlemlenen getiri eğrisine uyma zorunluluğu taşımadan, sadece öngördüğü içsel süreç çerçevesinde üreten modellerdir. Bu modellerde faiz oranlarının vade yapısı bir çıktı olarak üretildiğinden bu modellere içsel (endojen) modeller de

denilmektedir. Arbitrajsız Modeller ise, faiz oranının gelişimine ilişkin içsel bir açıklamaya sahip olmakla birlikte, modelin ürettiği fiyat veya faiz oranına ilişkin tahmin sonuçlarının piyasada gözlemlenen mevcut fiyatlara veya faiz oranlarına eşit olmasını sağlayacak şekilde parametre yapısına sahip olan modellerdir. Bu nedenle mevcut gözlemlenen faiz oranlarının vade yapısını bir dışsal değişken olarak kullanan bu modellere dışsal (egzojen) veya kısmi yapısal modeller de denilmektedir.

Yapısal modeller, faiz oranını belirleyen açıklayıcı ekonomik faktör veya faktörler üzerinden, faiz oranındaki beklenen değişimi hesaplayarak gelecekteki faiz oranlarını tahmin etmektedir. Faiz oranını içsel olarak açıklamada kullanılan en temel ve önemli faktör kısa dönem faiz oranıdır. Kısa dönem faiz oranına ilişkin sürüklenme ("drift") ve oynaklık ("volatility") bileşenlerine, ilk yapısal modellerden itibaren yer verilmiştir. Yapısal modelin sürüklenme bileşenini oluşturan λdt kısmı deterministik bileşen, oynaklık bileşenini oluşturan σdW kısmı ise stokastik bileşen olarak da adlandırılmaktadır. Sürüklenme ve oynaklık bileşenlerine bağlı bir yapısal modelin, matematiksel olarak genelleştirilmiş gösterimine aşağıdaki denklemde yer verilmektedir.

$$dr = \lambda dt + \sigma dW \quad (dW \sim N(0, \sqrt{dt})) \quad (1.17)$$

Buna göre, kısa dönem faiz oranı olan r 'de çok kısa bir zaman aralığını temsil eden dt içerisinde meydana gelmesi beklenen dr değişimi, bir sürüklenme faktörü olan λ ve kısa dönem faiz oranının oynaklığı (standart sapması) olan σ bileşenlerine bağlı olarak modellenmektedir. Modelde yer alan dW ise beklenen değeri 0, standart sapması \sqrt{dt} olan bir normal dağılımı ifade etmektedir. Tarihsel gelişim içerisinde, sürüklenme ve oynaklık bileşenlerine olan farklı yaklaşımları bakımından birçok farklı yapısal model örneği ortaya çıkmıştır.

Sürüklenme bileşeni λ bakımından, yapısal modellerde genel olarak sürüklenmesiz, sabit sürüklenmeli ve değişken sürüklenmeli olmak üzere üç tip yaklaşım bulunmaktadır. İlk modelde (Model 1), sürüklenme bileşeni bulunmamaktadır. Denklem 1.17'de yer alan λ faktörünün değerinin sıfır olarak

kabul edildiği bu yaklaşımda kısa dönem faiz oranındaki değişim sadece, dw normal dağılımına bağlı şekilde rassal olarak ortaya çıkan oynaklık ile açıklanmaktadır. Ancak faiz oranları ve getiri eğrisinin yapısına ilişkin temel gözlemler olan pozitif faiz oranı, yukarı yönlü (pozitif eğimli) getiri eğrisi, değişken oynaklık vade yapısı ve getiri eğrisinde olası asimetric değişimlere aykırı sonuçları nedeniyle, söz konusu modelin faiz oranlarındaki davranışı yansıtmada önemli eksiklikleri bulunmaktadır.

İkinci olarak geliştirilen yaklaşımda (Model 2), önceki modelin geliştirilmesi amacıyla modele sabit bir λ sürüklenme bileşeni eklenmektedir. Eklenen sürüklenme faktörünü, kısa vadeli faiz oranındaki beklenen değişim ve belirsizlikten kaynaklanan risk priminin bir bileşimi olarak yorumlamak mümkündür. Ancak uzun vadeler için faiz değişimi beklentisinin ve risk priminin söz konusu faktör içindeki etkisinin ayrıştırılması ve doğru yorumlanması güçleşmektedir. Sürüklenme bileşeni ile birlikte model, yukarı yönlü getiri eğrisi gözlemine uygun olarak pozitif eğimli getiri eğrisi tahmini üretmektedir. Bununla birlikte sabit sürüklenme bileşeni, sürüklenmesiz modeldeki oynaklığın sabit vade yapısına, konveksite etkisine ve paralel kaymaya ilişkin yeni bir değişiklik getirmemektedir. Getiri eğrisinin yukarı yönlü olma özelliğine uygun yapısı ile Model 1'e kıyasla gerçeğe daha yakın bir açıklama sunmasına rağmen oynaklık modellemesi, konveksite etkisini doğru değerlendirememesi ve asimetric getiri eğrisi hareketlerini yakalayamaması gibi nedenlerle Model 2 de yeterli esnekliğe sahip değildir (Tuckman ve Serrat, 2011).

Sürüklenme bileşeni açısından üçüncü yaklaşım değişken sürüklenmeli modellerdir. Bu modellerde sürüklenme bileşeni genellikle zamana bağlı olarak değişen bir parametre yapısına sahip olmaktadır. Değişken sürüklenmeli yapısal modellerin önemli örneklerinden ilki Vasicek (1977) tarafından önerilen modeldir. Vasicek Modeli'nde, Denklem 1.17'de yer verilen genelleştirilmiş yapısal model gösterimindeki λ sürüklenme bileşeninin değeri $\kappa \times (\Theta - r_t)$ ifadesine eşittir. Modele göre sürüklenme bileşenini, ortalamaya dönüş hızı katsayısı olan κ ile mevcut kısa dönem faiz oranı r_t 'nin kendi uzun dönem değeri Θ arasındaki fark belirlemektedir.

$$dr = \kappa \times (\Theta - r_t) dt + \sigma dW \quad (dW \sim N(0, \sqrt{dt})) \quad (1.18)$$

Vasicek Modeli kısa dönem faiz oranına dayalı denge modellerinin en önemli ilk örneği sayılmaktadır. Bu modelin en önemli katkısı, faiz oranlarının önemli bir ekonomik özelliği olan ortalamaya dönüş ("mean reversion") davranışını, bir yapısal denge modeli olarak, modele dahil etmesidir. Yukarı yönlü getiri eğrisi, değişken (aşağı yönlü) oynaklık vade yapısı, paralel kayma dışında hareketlere izin vermesi gibi özellikleri bakımından kendinden önceki modellere kıyasla önemli geliştirmeler sunmaktadır. Bununla birlikte, teorik olarak negatif faiz oranlarına izin vermesi, farklı getiri eğrisi şekilleri için gerekli esnekliğe sahip olmaması ve gözlenen gerçek getiri eğrisine uyan sonuçlar üretmede başarılı olamaması temel eksiklikleri arasında gösterilmektedir. Daha sonra geliştirilen modellerin, Vasicek Modeli'ndeki temel parametre yapısını, önerdikleri alternatif parametre yapıları ile geliştirdikleri görülmektedir.

Yapısal modeller arasında, sürüklenme bileşenin dışında, oynaklık bileşenin ele alınışı bakımından da birçok farklı model bulunmaktadır. Denklem 1.17'deki genelleştirilmiş yapısal modelde σ ve dW ile ifade edilen oynaklık bileşeni, farklı modellerde sabit veya değişken olarak ele alınmaktadır. Oynaklık bileşenindeki değişkenliğin kaynağı zamana bağlı standart sapma ve dağılım olabilmektedir. Dothan (1978) tarafından önerilen modelde sürüklenme bileşeni a sabit katsayısı ve kısa dönem faiz oranının seviyesi r_t 'ye bağlı iken, oynaklık bileşeni sabit standart sapma σ , r_t ve dW dağılımına bağlıdır. Bir diğer önemli model Cox, Ingersoll ve Ross (1985) tarafından geliştirilen CIR Modeli'dir. Bu modeldeki en önemli farklılık, oynaklık bileşenin faiz oranının mevcut seviyesinin karekökü ile oransal olarak değişmesi ve faiz oranı için öngörülen dW dağılım sürecinin normal dağılım yerine χ^2 (chi-square) dağılımı olmasıdır. Denklem 1.19'da CIR Modeli'nin yapısı gösterilmektedir.

$$dr = \kappa x (\Theta - r_t) dt + \sigma_t \sqrt{r_t} dW \quad (dW \sim \chi^2(0, \sqrt{dt}) \quad (1.19)$$

Yukarıda ele alınan Vasicek, Dothan ve CIR modelleri ve bu modelleri temel alarak geliştirilmiş diğer modeller, yapısal denge modellerinin başlıca örneklerini oluşturmaktadır. Söz konusu modellerin en önemli sorunları arasında, sahip oldukları sınırlı parametre yapısına bağlı olarak, mevcut

gözlemlenen getiri eğrisine uyum sağlayamamaları yer almaktadır. Bahse konu eksiklik, bu modellerin özellikle fiyatlama alanında kullanımını imkânsız kılmaktadır. Buna bağlı olarak, gözlemlenen getiri eğrisine uyum arayışları “Arbitrajsız Modeller”in gelişimine zemin hazırlamıştır.

Arbitrajsız modellerde, modelin ürettiği fiyat veya faiz oranına ilişkin tahmin sonuçlarının piyasada gözlemlenen mevcut fiyatlara veya faiz oranlarına eşit olmasını sağlayacak şekilde parametre kalibrasyonu yapılmaktadır. Arbitrajsız modellerin ilk örneği Ho ve Lee (1986) tarafından önerilen modeldir. Bu modelde sürüklenme bileşeni sadece zaman bağımlı Θ_t parametresinden oluşmaktadır. Ho-Lee Modeli'nin en önemli eksikliği ortalamaya dönüş özelliğinin bulunmamasıdır. Bu nedenle öne çıkan ilk arbitrajsız model Hull ve White (1990) tarafından geliştirilen modeldir. Denklem 1.20'de görüldüğü üzere Hull ve White Modeli'nde, sürüklenme parametresi Vasicek Modeli'ni temel alacak şekilde ortalamaya dönüş özelliği taşımakta ancak farklı olarak Θ_t parametresi zaman değişkeni olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca standart sapmanın sabit olduğu¹ ve yayılım sürecinin normal dağılım izlediği kabul edilmektedir. Modelin zayıf yanlarından birisi negatif faiz oranlarına teorik olarak imkân tanınmasıdır.

$$dr = \kappa \times (\Theta_t - r_t) dt + \sigma dW \quad (dW \sim N(0, \sqrt{dt})) \quad (1.20)$$

Negatif faiz oranı sorununa lognormal dağılımlı yayılım süreci kabulü ile çözüm getiren diğer bir önemli arbitrajsız model Black-Karasinski Modeli'dir (Black ve Karasinski, 1991). Modelin en önemli dezavantajları analitik çözümünün olmaması ve lognormal dağılım varsayımına bağlı olarak ortaya çıkan “aşırı değer” sorunudur. Ayrıca literatürde, Brigo ve Mercurio (1998) tarafından önerilen CIR++ modeli gibi, faiz oranlarında ani sıçrama veya düşüş gibi kayma davranışına imkân veren modeller de bulunmaktadır.

Faiz oranlarının sadece kısa dönem faiz oranı ile açıklandığı yukarıda anlatılan tek faktörlü kısa dönem faiz oranı modelleri, faiz oranları arasında tam bir korelasyon öngörmektedir. Ancak gerçekte farklı vadelerdeki faiz

¹ Hull ve White (1990)'da paylaşılan ilk modelde standart sapma parametresi zaman bağımlı değişkeni şeklinde tanımlanmışken, daha sonra Hull ve White (1994a)'da, zaman değişkeni oynaklık parametresinin pratikte yarattığı sorunlara bağlı olarak sabit standart sapma parametresi önerilmiştir.

oranlarının eksik korelasyon gösterdikleri bilinmektedir. Tek faktörlü modellerdeki tam korelasyon varsayımı, özellikle getirinin farklı faiz oranlarına bağlı olduğu ürünlerin fiyatlaması gibi korelasyonun öne çıktığı ve yüksek kesinlik gerektiren durumlarda söz konusu modellerin ihtiyacı karşılayamamasına neden olmaktadır. Bu nedenle faiz oranları arasında farklı korelasyon ilişkilerine imkân veren çok faktörlü modeller geliştirilmiştir. Bu kapsamda, ideal faktör sayısının belirlenmesi amacıyla genelde temel bileşenler analizine dayalı çalışmalar yürütülmüştür. Bu çalışmaların önemli örneklerinden birisi olan Jamshidian ve Zhu (1997) tarafından yapılan çalışmada, getiri eğrisindeki değişimi açıklama oranı bakımından tek faktörlü modellerin %68-%76, iki faktörlü modellerin %85-%90 ve üç faktörlü modellerin %93-%94 seviyesinde başarı gösterdiği belirtilmektedir.

Çok faktörlü modeller genel olarak, yukarıda bahsedilen tek faktörlü kısa dönem faiz oranı modellerinin uyarlanmış çok faktörlü versiyonları olarak ortaya çıkmaktadır. Örneğin formül 1.18'de yer verilen tek faktörlü Gaussyen Vasicek modelinin varsayımsal iki faktörlü versiyonu, aşağıdaki formül 1.21'de gösterilmektedir.

$$\begin{aligned}r_t &= x_t + y_t \\dx_t &= \kappa_x (\Theta_x - x_t) dt + \sigma_x dW_1 \\dy_t &= \kappa_y (\Theta_y - y_t) dt + \sigma_y dW_2\end{aligned}\tag{1.21}$$

Benzer şekilde, faiz oranının gelişimine ilişkin farklı içsel dinamiğe sahip diğer tek faktörlü modellerin de çok faktörlü versiyonları bulunabilmektedir. Ayrıca, gözlemlenen getiri eğrisine tam uyumu sağlamak amacıyla modele, stokastik x ve y faktörlerinin yanı sıra, deterministik kayma faktörü ψ_t dahil edilerek, eklemeli çok faktörlü modeller de geliştirilmiştir (Brigo ve Mercurio, 2006).

Çok faktörlü modellerin dışında dikkate değer bir diğer model Heath, Jarrow ve Morton (1992) tarafından ortaya konan HJM Modeli'dir. Bu model diğer kısa dönem faiz oranı modellerinin aksine, spot faiz oranı yerine ileri valörlü faiz oranını modellemektedir. Modelde yine diğer modellerden farklı olarak sürüklenme bileşeni bulunmamakta, ileri valörlü faiz oranlarının

dinamiği tamamen ileri valörlü faiz oranlarının oynaklık yapısı ile açıklanmaktadır. Aşağıdaki denklem 1.22’de HJM Modeli’nin genel çerçevesi gösterilmektedir. Modelde sürüklenme bileşenini gösteren α serbest olmayıp, oynaklık bileşeninin bir fonksiyonudur. HJM Modeli’nin önemi, her türlü dışsal (egzojen) faiz oranı modelinin HJM modeli içerisinde türetilmesidir. Öte yandan, Markovyan oynaklık varsayımı söz konusu modelin kullanımını sınırlandırmaktadır.

$$df(n, m) = \alpha (n, m) dt + \sigma (n, m) dW \quad (1.22)$$

Yapısal faiz oranı modelleri içerisinde ele alınabilecek bir diğer alt sınıf ise piyasa modelleridir. Özellikle fiyatlama alanında sıkça kullanılan piyasa modellerinin en önemli özelliği, tavan-taban (caps ve floors) ve swap opsiyonları gibi önemli bazı faiz oranı türevleri için piyasada yerleşik olarak kullanılan formülleri temel alan model yapılarına sahip olmalarıdır. Piyasa modellerine örnek olarak Lognormal İleri Valörlü LIBOR Modeli (LFM) ve Lognormal İleri Valörlü Swap Modeli (LSM) gösterilebilir.

1.3.2.2. İstatistiksel Modeller

İstatistiksel modeller, yapısal modellerin aksine, faiz oranının iç yapısına ilişkin ekonomik herhangi bir ön kabul yapmadan, sadece gözlemlenen getiri eğrisini en iyi temsil edecek fonksiyonel ilişkiyi araştıran modellerdir. Bu yönüyle istatistiksel modeller “eğri uydurma” modelleri olarak da isimlendirilmektedir. İstatistiksel modelleri ise “Parçalı Düzgün Eğri Modelleri” ve “Tutumlu Parametrik Modeller” olmak üzere iki ana alt sınıfa ayırmak mümkündür.

Parçalı düzgün eğri modelleri, gözlemlenen getiri eğrisine en iyi şekilde uyacak eğrinin, “spline” adı verilen düzgün eğri parçaları (polinomlar) kullanılarak oluşturulduğu modellerdir. Söz konusu modeller temel olarak, gözlemlenen getiri eğrisine pürüssüz şekilde uyum sağlayacak ve düğüm adı verilen birleşme noktalarında fonksiyonel süreklilik kısıtı altında birleşecek farklı segmentlerdeki düzgün eğri parçalarının tahmin edilmesi esasına dayanmaktadır. Parçalı düzgün eğri yönteminin getiri eğrisi tahmininde kullanımının ilk örneği olan ve McCulloch (1971) tarafından önerilen modelde,

iskonto fonksiyonunu tahmin eden kübik bir spline kullanılmış ve pürüssüzlüğü sağlayacak örtülü bir ceza fonksiyonuna yer verilmiştir. Fisher ve diğerleri (1995), ileri valörlü faiz oranlarını modelleyen ve açık bir pürüssüzlük ceza fonksiyonu içeren kübik spline modeli geliştirmiştir. Waggoner (1997) farklı olarak ceza fonksiyonunu değişken şekilde tanımlamıştır. Parçalı düzgün eğri modellerinin en önemli özelliği, sahip oldukları yüksek esneklik ile eğri uyum performanslarının son derece yüksek olmasıdır. Öte yandan, birçok eğri parçasının birleştirilmesi nedeniyle ortaya çıkan pürüzlülük, tahmin edilmesi gereken parametre sayısı ile birlikte artan karmaşıklık ve özellikle uzun vadelerde ortaya çıkan kararsız sonuçlar söz konusu modellerin en önemli dezavantajlarını oluşturmaktadır.

İstatistiksel modellerin bir diğer önemli alt sınıfını “Tutumlu Parametrik Modeller” oluşturmaktadır. Tutumlu parametrik modellerin ortaya çıkışındaki temel motivasyon, çok parametrelili ve karmaşık model yapısına sahip spline temelli parçalı düzgün eğri modellerine alternatif olarak, getiri eğrisinin aldığı farklı şekillere uyum sağlayacak esnekliğe sahip ancak aynı zamanda parametre bakımından sade (tutumlu) bir yapıda getiri eğrisi modeli sunmaktır. Tablo 1.1’de çeşitli merkez bankaları tarafından getiri eğrisi modellemesinde kullanılan yöntemler gösterilmektedir.

TABLO 1.1. MERKEZ BANKALARINDA KULLANILAN GETİRİ EĞRİSİ TAHMİN METOTLARI

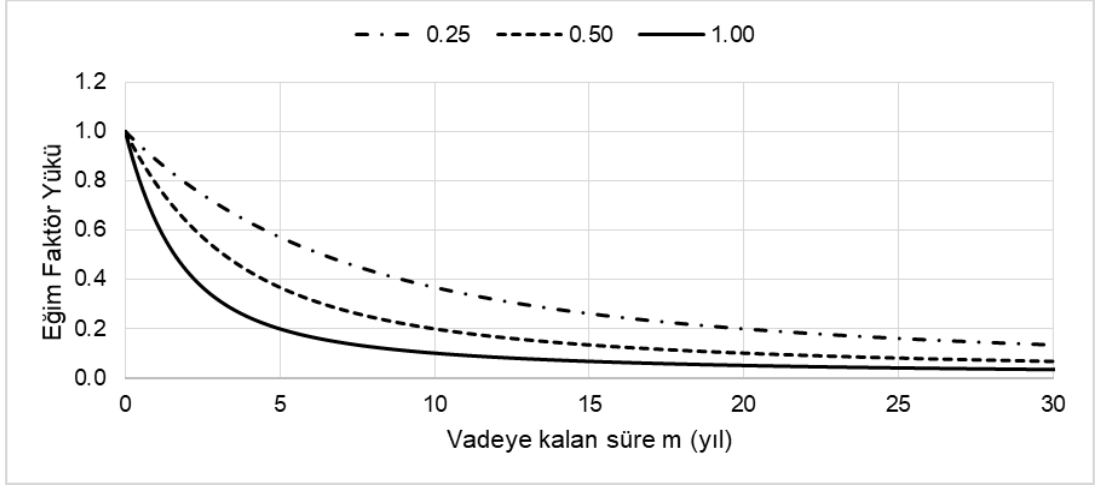
Merkez Bankası	Tahmin Metodu	Minimize Edilen Hata	Vade Aralığı
ABD	Düzeltilmiş Spline	Ağırlıklı Fiyat	< 10 yıl
Almanya	Svensson	Getiri	1 yıl → 10 yıl
Belçika	Nelson-Siegel Svensson	Ağırlıklı Fiyat	< 16 yıl
Finlandiya	Nelson-Siegel	Ağırlıklı Fiyat	1 yıl → 12 yıl
Fransa	Nelson-Siegel Svensson	Ağırlıklı Fiyat	< 10 yıl
İngiltere	VRP (pürüz cezalı spline)	Getiri	< 30 yıl
İspanya	Nelson-Siegel Svensson	Ağırlıklı Fiyat	< 10 yıl
İsveç	Düzeltilmiş Spline Svensson	Getiri	< 10 yıl
İsviçre	Svensson	Getiri	1 yıl → 30 yıl
İtalya	Nelson-Siegel	Ağırlıklı Fiyat	< 30 yıl
Japonya	Düzeltilmiş Spline	Fiyat	1 yıl → 10 yıl
Kanada	Üssel Spline	Ağırlıklı Fiyat	3 ay → 30 yıl
Norveç	Svensson	Getiri	< 10 yıl

Kaynak: BIS, 2005

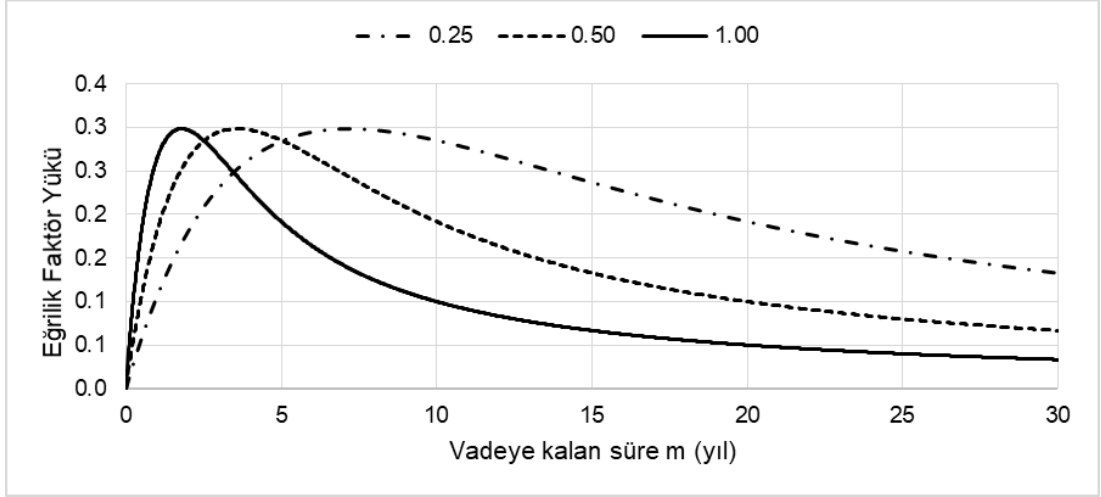
Tutumlu parametrik model sınıfının ortaya çıkmasını sağlayan ilk çalışma Nelson ve Siegel (1987) tarafından geliştirilen Nelson-Siegel (NS) Modeli'dir. NS Modeli, Laguerre fonksiyonlarını temel alan bir yaklaşım ile faiz oranları üzerindeki kısa, orta ve uzun dönem etkileri uygun şekilde modelleyerek, az sayıda parametre ile başarılı şekilde getiri eğrisi tahmini yapabilmektedir. NS Modeli, getiri eğrisinin şekline ilişkin finansal ekonomi teorisine uygun bazı kısıtları zorunlu kılması, sade bir parametre yapısına sahip olması ve sade parametre yapısına rağmen oldukça esnek bir çerçeve sunması gibi önemli özellikleri nedeniyle piyasa uygulamacıları ve özellikle merkez bankacılığı uygulamaları açısından oldukça popüler bir modeldir. NS Modeli'nin genel yapısı ise Denklem 1.23'de gösterilmektedir.

$$y_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \times \left[\frac{1 - e^{(-m\lambda)} }{m\lambda} \right] + \beta_2 \times \left[\frac{1 - e^{(-m\lambda)} }{m\lambda} - e^{(-m\lambda)} \right] \quad (1.23)$$

Denklemden yer alan $y_t(m)$, t gözlem anında m vadesi için spot faiz oranını ifade etmektedir. Modelde β_0 katsayısı uzun dönem faiz oranı seviyesini, β_1 katsayısı kısa dönem faiz oranı ile uzun dönem faiz oranı seviyesi arasındaki fark olan negatif eğimi ve β_2 katsayısı kısa dönem faiz oranının uzun dönem seviyesine yakınsama hızını temsil eden faktörlerdir. Söz konusu faktörlerin yanında yer alan ağırlık katsayıları "faktör yükü" olarak ifade edilmektedir. Faktör yükleri β_0 için sabit ve 1'e eşitken, β_1 ve β_2 faktörleri için m vadesi ve λ ile gösterilen zaman bozunma katsayısına bağlı üssel parametrik fonksiyonların değerine eşittir. Bahse konu faktör yükleri, ilgili faktörün etkisinin getiri eğrisi boyunca vadeye bağlı olarak uygun şekilde değişmesini sağlamaktadır. Eğim faktörü β_1 'in faktör yükü vadeyle birlikte önce hızlı daha sonra yavaşlayan bir hızda azalacak şekilde parametreleştirilmiştir. Eğrilik faktörü β_2 'nin faktör yükü ise vadeyle önce artan daha sonra ise azalan bir yapıda parametreleştirilmiştir. Zaman bozunma katsayısı için yüksek değerler söz konusu hareketleri zaman ekseninde öne çekerken, küçük değerler bu hareketleri vade ekseninde ötelemektedir. Grafik 1.1'de ve 1.2'de sırasıyla eğim ve eğrilik faktörlerinin farklı λ değerleri için faktör yüklerinin vadeye göre değişimi gösterilmektedir.



Grafik 1.1 : Eğim Faktör Yükünün Farklı λ ve Vadeye Göre Değişimi



Grafik 1.2 : Eğrilik Faktör Yükünün Farklı λ ve Vadeye Göre Değişimi

Söz konusu faktörlerin ekonomik anlamlarını teyit eden önemli bir çalışma Littermann ve Scheinkman (1991) tarafından gerçekleştirilen çalışmadır. Bu çalışmada temel bileşenler analizine dayalı olarak geliştirilen üç faktörlü modelin, risksiz getiri üzerindeki ilave getiriyi %96 düzeyinde açıkladığı ve faktörlerin ekonomik anlamlarının sırasıyla “seviye”, “eğim” ve “eğrilik” olduğu gösterilmiştir. Svensson (1994) ise, NS Modeli’nin esnekliğini arttırmak ve eğri uyum performansını geliştirmek amacıyla NS Modeli’ne ilave dördüncü bir terim ekleyerek genişletilmiş NS Modeli (NSS)’ni ortaya koymuştur. Yeni terim, getiri eğrisinde ikinci bir eğriliğin modellenmesine imkân vermektedir. Söz konusu yeni terim, ikinci eğriliğin yönünü ve düzeyini belirleyen β_3 faktörü ve bu faktörün vadeye göre konumunu ve değişimini

kontrol eden faktör yükünden oluşmaktadır. NSS Modeli'nin genel yapısı aşağıdaki Denklem 1.24'de gösterilmektedir.

$$y_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \times \left[\frac{1-e^{-m\lambda_1}}{m\lambda_1} \right] + \beta_2 \times \left[\frac{1-e^{-m\lambda_1}}{m\lambda_1} - e^{-m\lambda_1} \right] \\ + \beta_3 \times \left[\frac{1-e^{-m\lambda_2}}{m\lambda_2} - e^{-m\lambda_2} \right] \quad (1.24)$$

Diebold ve Li (2006), getiri eğrisi tahmini alanındaki gelişmelere rağmen getiri eğrisi öngörüsü ("forecasting") konusundaki çalışmaların eksikliğine vurgu yaparak, NS Modeli'ndeki genel fonksiyonel yapıyı kullanan ve getiri eğrisi öngörülerine imkân veren dinamik bir model önerisi geliştirmiştir. Dinamik Nelson Siegel Modeli (DNS) olarak adlandırılan bu modelde, faktörler otoregresif süreç izleyen değişkenler olup, getiri eğrisi söz konusu faktörlerden oluşan üç boyutlu bir parametre olarak bir bütün halinde ve dinamik şekilde modellenmiştir. Diebold ve diğerleri (2006) tarafından ortaya konulan çalışmada ise reel ekonomik aktivite, enflasyon ve para politikası gibi çeşitli makroekonomik faktörler getiri eğrisi modeline dahil edilerek makroekonomik değişkenler ile getiri eğrisi arasındaki etkileşim incelenmiştir. Diebold ve diğerleri (2008) tarafından ortaya konan bir başka çalışmada, birden çok ülke getiri eğrisi bir arada modellenerek getiri eğrisini etkileyen küresel ve yerel faktörler incelenmiştir.

Christensen ve diğerleri (2009) arbitrajsız bir genelleştirilmiş NS modeli geliştirmiştir. Christensen ve diğerleri (2011) tarafından gerçekleştirilen bir diğer çalışmada ise afin arbitrajsız NS model sınıfı önerisi ortaya konulmuştur.

Nyholm (2015) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, NS Modeli yeniden yorumlanarak seviye, eksi eğim ve eğrilik olan faktörleri kısa vadeli faiz oranı, eğim ve eğrilik yapacak bir faktör dönüşümü uygulanmış ve modele makroekonomik değişkenler eklenerek Dönüştürülmüş Dinamik NS Modeli (RDNS) olarak adlandırılan bir model önerisi geliştirilmiştir. Nyholm (2018) tarafından ortaya konan bir diğer çalışmada, dört faktörlü NSS Modeli'ni temel alan ancak kısa dönem faiz oranı için faktör dönüşümü yapılmış arbitrajsız bir model önerisi geliştirilmiştir.

1.3.3. Türkiye Uygulamalı Getiri Eğrisi Modelleme Çalışmaları

Getiri eğrisi modelleme çalışmaları literatürüne bakıldığında, uygulama alanı olarak Türkiye'yi konu alan çeşitli çalışmaların bulunduğu görülmektedir. Yoldaş (2002) Hazine bonoları verisi üzerinden McCulloch'un parçalı düzgün eğri modelini, NS Modeli'ni ve Chambers-Carleton-Waldman üssel polinom modelini kullanarak getiri eğrisi tahmini yapmıştır. Üssel polinom modelinin örneklem içi tahmin performansının, özellikle uzun vadeler için, diğer modellere kıyasla daha iyi olduğu sonucuna ulaşmıştır. Alper ve diğerleri (2004) McCulloch'un parçalı düzgün eğri modelini ve NS Modeli'ni Türkiye için uygulayarak söz konusu modellerin örneklem içi ve dışı performanslarını incelemiştir. Bu çalışmada, kuponsuz ve kuponlu Hazine bonolarının günlük fiyatları kullanılarak hacime göre ağırlıklandırılmış aylık getiri oranları hesaplanmıştır. Çalışmada, örneklem içi tahmin performansı itibarıyla McCulloch Modeli'nin, örneklem dışı tahmin performansı bakımından ise NS Modeli'nin daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Artam (2006), Ang ve Piazzesi (2003) ile Diebold ve diğerleri (2006) tarafından geliştirilen mevcut makroekonomik faktörlü modellerle birlikte yine makroekonomik faktör içeren üçüncü bir model önerisini karşılaştırmıştır. Örtülü getiri eğrisi faktörlerinin yanı sıra ekonomik aktivite, enflasyon ve para politikasına ilişkin makroekonomik faktörleri içeren söz konusu modeller kıyaslandığında, çalışmada önerilen modelin Hazine bonolarına dayalı getiri eğrisi tahmininde örneklem içi performansının daha iyi olduğu belirtilmiştir. Baki (2006) tarafından yapılan çalışmada, yine McCulloch'un parçalı düzgün eğri modeli ve NS Modeli için, sadece kuponsuz bono verisine dayalı şekilde örneklem içi tahmin performansı karşılaştırılmış ve McCulloch'un spline bazlı modelinin tahmin performansının daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Akıncı ve diğerleri (2006) tarafından ortaya konulan çalışmada, kuponlu ve kuponsuz Hazine bonoları için NSS Modeli'ne dayalı olarak getiri eğrisi tahmini yapılmıştır. Söz konusu çalışmada, bu çalışmanın uzun vadeli kuponlu bonoların tahmin sürecine dahil edildiği ve yüksek frekansta veri kullanılan ilk çalışma olduğu belirtilmiştir. Tüysüzoğlu (2013) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise, Diebold ve Li (2006) tarafından geliştirilen

dinamik NS Modeli (DNS), Almeida ve diğeri (2007) tarafından ortaya konan genişletilmiş dinamik NS modeli (DNSS) ve çeşitli zaman serisi modelleri kullanılarak DİBS'ler için getiri eğrisi tahmini yapılmıştır. Bu çalışmada, söz konusu modellerin örneklem içi ve örneklem dışı tahmin performansları karşılaştırılmıştır. Çalışmada, kısa öngörü ufuklarında zaman serisi modellerinin, uzun öngörü ufuklarında ise DNSS'in daha iyi performansa sahip olduğu, genel değerlendirme açısından ise DNSS'in en başarılı model olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ahi (2016) ABD Hazine kağıtları ile Brezilya, Meksika ve Türkiye tarafından ihraç edilmiş ABD doları cinsi Eurobondlar üzerinde karşılaştırmalı olarak gerçekleştirdiği çalışmasında, getiri eğrisi tahmininde yaygın olarak kullanılan modellerden NS Modeli ve NSS Modeli'nin özellikle parametrik yapılarından kaynaklanan nümerik problemlere çözüm amacıyla, çeşitli optimizasyon algoritmalarının parametre tahminindeki performanslarını incelemiş ve yeni bir optimizasyon algoritması önerisinde bulunmuştur. Çalışmada "hibrit parçacık sürü optimizasyonu" olarak isimlendirilen söz konusu yeni optimizasyon algoritmasının, örneklem içi ve dışı tahmin performansının alternatif optimizasyon yöntemlerine göre üstün olduğu gösterilmiştir.

Nyholm (2015), klasik NS Modeli'nde "seviye", "eksi eğim" ve "eğrilik" olarak yorumlanan faktörlerin, "kısa dönem faiz oranı", "eğim" ve "eğrilik" olmasına imkân veren yeni bir parametre rotasyonu önerisinde bulunmaktadır. Söz konusu yeni parametrisasyon önerisinin sağladığı en önemli fayda, klasik NS Model yapısının aksine, kısa dönem faiz oranının dinamik davranışının doğrudan modellenmesine ve kısa dönem faiz oranının istenilen herhangi bir kısa vade için seçilebilmesine olanak vermesidir. Bu avantaj, Taylor Kuralı benzeri bir yapıda makroekonomik değişkenlerin modele dahil edilebilmesine imkân vermektedir. Getiri eğrisi modellemesi konusunda Türkiye'yi konu alan literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, yukarıda belirtildiği gibi, kısa dönem faiz oranının doğrudan modellenmesine imkân veren bir model yapısının kullanıldığı bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Öte yandan, özellikle para politikası alanındaki kullanım ihtiyaçları ve öncelikleri dikkate alındığında, kısa dönem faiz oranlarının doğrudan modellenmesine imkân veren bir getiri

eğrisi model yapısının sağlayacağı fayda açıktır. Bu çalışmada, söz konusu fayda temelinde, DNS Modeli için kısa dönem faiz oranının doğrudan modellenebilmesine imkân veren model dönüşümü uygulanarak, özellikle para politikası odaklı ihtiyaçlara yönelik literatüre katkı yapılması amaçlanmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

VERİ SETİ VE MODELLEME YÖNTEMLERİ

Bu bölümde, çalışmada kullanılan veri seti ve kullanılan modeller hakkında bilgi verilmektedir. İlk olarak, verinin genel ve istatistiksel özelliklerine ilişkin bilgi verilmektedir. Daha sonra, çalışmada getiri eğrisi tahmini ve öngörüsü için kullanılan DNS, DNSS, RDNS ve DNS+M modellerinin teknik yapısı açıklanmaktadır.

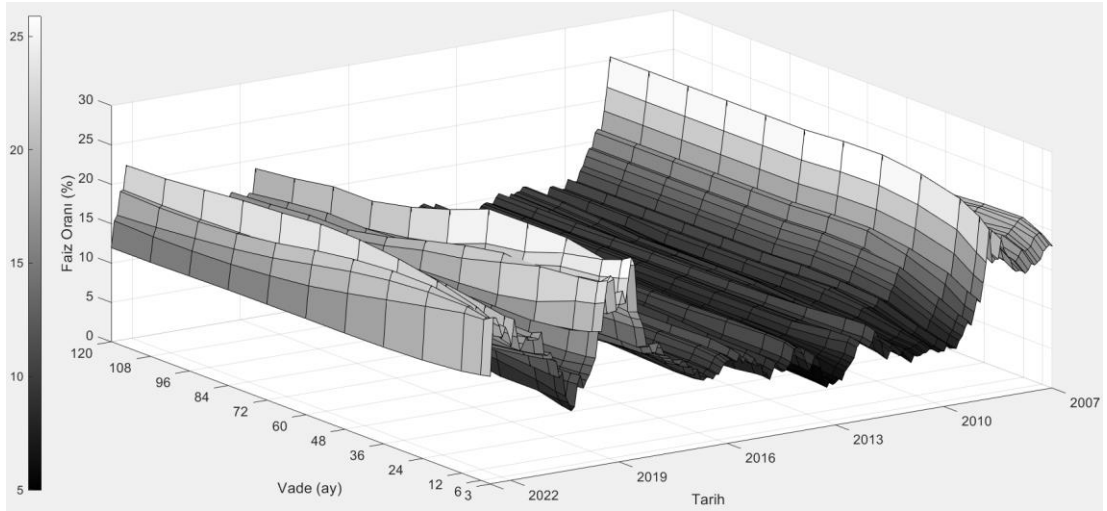
2.1. Veri Seti

Çalışmada kullanılan spot getiri oranı, enflasyon ve kapasite kullanım oranı verileri Bloomberg Terminali'nden elde edilmiştir. Veri için tarih aralığı spot getiri oranı, enflasyon ve kapasite kullanım oranı verisi için ortak mümkün en eski tarih olan 31.01.2007 ile çalışma tarihi itibarıyla en son tarih olan 31.08.2022 arası olarak belirlenmiştir. Çalışmada günlük frekansta veri kullanılmıştır.

Spot getiri oranı için 3, 6, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108 ve 120 ay vadelerde ve günlük frekansta spot getiri oranları kullanılmıştır. Bahse konu vadeler için veri serilerinin terminaldeki kodları sırasıyla "F96503M", "F96506M", "F96501Y", "F96502Y", "F96503Y", "F96504Y", "F96505Y", "F96506Y", "F96507Y", "F96508Y", "F96509Y" ve "F965010Y"dir. Terminalde yayımlanan ve "zero coupon rate" olarak tanımlanan spot getiri oranları, eşlenik (par) getiri eğrisinden ayrıştırma yöntemiyle türetilerek hesaplanmaktadır. Eşlenik getiri eğrisi piyasada işlem gören kuponlu Hazine bonolarının işlem fiyatları üzerinden tahmin edilmektedir. Metodolojiye göre, veri setine likidite ve opsiyon gibi çeşitli kriterlere bağlı olarak bazı bonolar dahil edilmemektedir. Eşlenik getiri eğrisi tahmininde, esneklik ve lokalizasyon ihtiyaçlarına bağlı olarak parametrik modeller yerine parçalı düzgün eğri (spline) modelleri kullanılmaktadır. Eğri tahmininde optimizasyonun amaç fonksiyonu getiri oranları için RMSE (hata karelerinin ortalamasının karekökü) minimizasyonu olarak uygulanmaktadır.

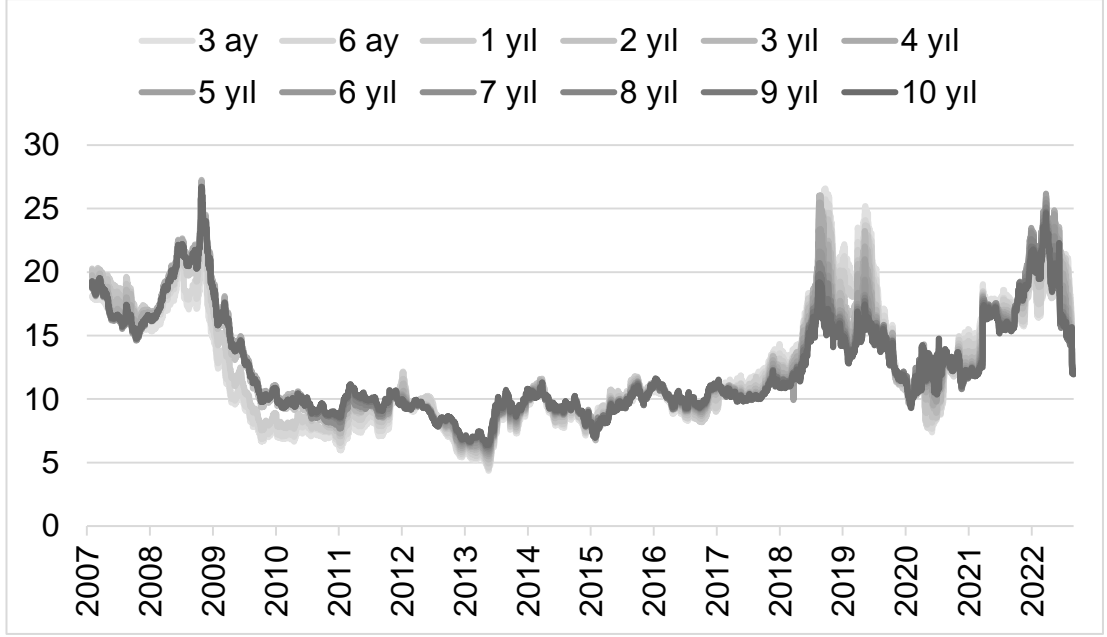
Enflasyon verisi için, Türkiye İstatistik Kurumu tarafından yayımlanan “Tüketici Fiyat Endeksi” yıllık değişim oranı serisi kullanılmıştır. Söz konusu veriye terminalde “TUCPIY” kodu ile ulaşılabilmektedir. Makro değişkenli modelde ekonomik aktivite göstergesi olarak modelde yer alan kapasite kullanım oranı verisi için, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası tarafından yayımlanan “İmalat Sanayi Kapasite Kullanım Oranı” serisi kullanılmıştır. Söz konusu veriye terminalde “TYCOLEV” kodu ile ulaşılabilmektedir. Enflasyon ve kapasite kullanım oranı verisi aylık bazda yayımlanmaktadır. Bu nedenle, günlük frekansta kullanılan spot getiri oranları ile uyumu sağlamak için, spline bazlı enterpolasyon yöntemi kullanılarak enflasyon ve kapasite kullanım oranı için günlük veri tahmin edilmiştir.

Çalışmada kullanılan spot getiri oranları, enflasyon ve kapasite kullanım oranı verisinin gözlemsel ve istatistiksel özellikleri incelenmiştir. Grafik 2.1’de, yukarıda belirtilen vade seti için spot getiri oranlarının 2007-2022 dönemindeki tarihsel gelişimi üç boyutlu olarak gösterilmektedir.



Grafik 2.1 : Getiri Eğrisi Yüzey Grafiği

Vadeye göre farklı getiri oranı serilerinin tarihsel gelişimi Grafik 2.2’de gösterilmektedir. Buna göre getiri oranlarının genel olarak yüzde 5 ile yüzde 25 bandında bulunduğu, farklı vade getiri oranlarının büyük oranda birlikte hareket ettiği, bununla birlikte getiri oranlarının gelişiminde belirgin herhangi bir eğilimin bulunmadığı görülmektedir.



Grafik 2.2 : Vadeye Göre Getiri Oranları (Yüzde)

Enflasyon serisinin tarihsel gelişimi Grafik 2.3'de gösterilmektedir. Buna göre inceleme dönemi içerisinde enflasyon oranı verisinin yüzde 4,0 ile yüzde 80,1 aralığında yer aldığı, son dönemde görülen yüksek artış dışında, inceleme dönemi içerisinde belirgin bir eğilimin bulunmadığı görülmektedir.



Grafik 2.3 : Enflasyon (Yüzde)

Kapasite kullanım oranı serisinin tarihsel gelişimi Grafik 2.4'de gösterilmektedir. Buna göre inceleme dönemi içerisinde kapasite kullanım

oranı verisinin yüzde 60,8 ile yüzde 84,1 aralığında yer aldığı, seride belirgin bir eğilimin bulunmadığı görülmektedir.



Grafik 2.4 : Kapasite Kullanım Oranı (Yüzde)

Tablo 2.1’de, çalışmada kullanılan değişkenlerin çeşitli tanımlayıcı istatistiksel özellikleri bir arada gösterilmektedir. Bahse konu istatistiksel değerler incelendiğinde, spot getiri oranı ortalamasının vade ile birlikte arttığı, spot getiri oranı oynaklığının (standart sapmasının) ise vade ile birlikte azaldığı görülmektedir. Söz konusu durum, getiri eğrisinin karakteristiğine ilişkin literatürde ortaya konulmuş gözlemsel bulgularla uyum göstermektedir.

Değişkenlere ait zaman serileri normal dağılım varsayımı bakımından incelendiğinde Tablo 2.1’de yer alan çarpıklık, basıklık ve bunlara bağlı hesaplanan Jarque-Bera değerleri, söz konusu serilerin normal dağılım varsayımına uygun olduğuna işaret etmektedir.

Serilerin korelasyon özellikleri Tablo 2.2’de gösterilmektedir. Spot getiri oranları arasındaki korelasyonun birbirine yakın vadeler için yüksek olduğu ve vadeler arası farkla birlikte doğrusal ilişkinin zayıfladığı görülmektedir. Enflasyon ve kapasite kullanım oranının spot getiri oranları ile olan doğrusal ilişkisine bakıldığında, kısa vadelerde daha güçlü bir ilişki gözlenirken artan vade ile birlikte ilişkinin zayıfladığı gözlemlenmektedir.

TABLO 2.1. DEĞİŞKENLERİN TANIMLAYICI İSTATİSTİKLERİ

Vade	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ENF	KKO
Ortalama	12.23	12.36	12.59	12.76	12.82	12.75	12.60	12.52	12.47	12.49	12.47	12.45	12.85	76.08
Medyan	10.53	10.79	10.90	10.94	10.85	10.86	10.80	10.84	10.82	10.84	10.86	10.87	9.25	76.80
Standart Sapma	4.81	4.71	4.75	4.66	4.57	4.44	4.27	4.16	4.08	4.01	3.92	3.88	12.74	4.00
Minimum	4.96	5.10	5.20	5.37	5.56	5.74	5.87	6.02	6.16	6.27	6.39	6.52	3.99	60.80
Maksimum	25.74	24.98	24.07	25.31	25.90	25.78	25.39	25.38	25.38	25.38	25.38	25.38	80.21	84.10
Çarpıklık	0.69	0.65	0.65	0.72	0.77	0.84	0.87	0.89	0.92	0.91	0.92	0.94	4.01	-1.65
Basklık	-0.51	-0.70	-0.81	-0.63	-0.47	-0.26	-0.15	-0.10	-0.03	-0.03	0.02	0.07	16.66	4.09
JB Testi	16.89	17.07	18.41	19.19	20.33	22.44	23.97	24.84	26.29	26.13	26.79	27.62	2676.97	215.93
JB Testi P-Değeri	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Otokorelasyon (1 ay)	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.91	0.90
Otokorelasyon (6 ay)	0.70	0.68	0.68	0.68	0.68	0.67	0.66	0.67	0.68	0.67	0.68	0.67	0.38	0.30
Otokorelasyon (12 ay)	0.36	0.34	0.35	0.37	0.39	0.39	0.39	0.40	0.41	0.42	0.42	0.43	0.13	0.13
ADF Testi*	-2.18	-2.28	-2.31	-2.37	-2.39	-2.39	-2.41	-2.38	-2.38	-2.40	-2.41	-2.43	6.19	-3.16
Fark ADF Testi*	-11.65	-11.92	-11.20	-11.62	-11.85	-12.00	-12.47	-12.84	-13.11	-13.04	-13.09	-13.10	-6.87	-11.02

* %1 anlamlılık düzeyinde ADF testlerine göre birim kök hipotezi normal seriler için reddedilememekte, fark serileri için reddedilmektedir.

TABLO 2.2. DEĞİŞKENLERİN KORELASYON KATSAYILARI

	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ENF	KKO
3 ay	1.00	0.99	0.98	0.95	0.93	0.91	0.89	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.51	0.29
6 ay		1.00	0.99	0.97	0.95	0.93	0.91	0.90	0.89	0.88	0.87	0.86	0.49	0.31
1 yıl			1.00	0.99	0.97	0.96	0.95	0.93	0.92	0.92	0.91	0.90	0.48	0.29
2 yıl				1.00	0.99	0.98	0.97	0.96	0.96	0.95	0.94	0.94	0.48	0.22
3 yıl					1.00	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.96	0.96	0.48	0.18
4 yıl						1.00	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.48	0.17
5 yıl							1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.48	0.16
6 yıl								1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.46	0.16
7 yıl									1.00	1.00	1.00	1.00	0.45	0.16
8 yıl										1.00	1.00	1.00	0.44	0.16
9 yıl											1.00	1.00	0.42	0.16
10 yıl												1.00	0.42	0.16
ENF													1.00	0.09
KKO														1.00

Model yapısının doğru tanımlanabilmesi bakımından bir diğer önemli konu değişkenlerin otokorelasyon özellikleridir. Ek 1'de yer alan değişkenlerin kısmi otokorelasyon fonksiyonlarına bakıldığında, %5 anlamlılık düzeyinde spot getiri oranı serilerinde genel olarak sadece birinci gecikme derecesinde istatistiki olarak anlamlı sonuçların olduğu, enflasyon serisinde ayrıca on ikinci gecikme derecesinde de mevsimselliğe bağlı olarak anlamlı kısmi otokorelasyon katsayısı bulunduğu gözlemlenmektedir. Buna bağlı olarak, farklı vadeler için getiri oranları arasındaki belirtilen kuvvetli ilişkinin ve birinci derecede yoğunlaşan anlamlı kısmi otokorelasyon sonuçlarının, birinci derece vektör ardışık bağlanım sürecinin (VAR(1)) getiri eğrisi modelleri için uygun bir model yapısı sunacağına işaret ettiği değerlendirilmektedir.

Öte yandan incelenen bir diğer husus serilerin durağanlık durumudur. Buna göre, getiri ve makroekonomik değişken serilerinin Grafik 2.2, 2.3 ve 2.4'de gösterilen tarihsel gelişimi incelendiğinde, belirgin bir eğilim (trend) gözlemlenmemekle birlikte, serilerin pozitif bölgede değerler aldığı dikkate alındığında, sabit terimli ve trendsiz Çoğaltılmış Dickey-Fuller (ADF) testinin uygun olduğu değerlendirilmektedir. ADF testi sonuçları getiri oranı ve makroekonomik değişken serilerinin durağan olmadığını ancak birinci fark serilerinin durağan olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, yeterince uzun vadelerde getiri oranı serilerinin durağan olduğuna ilişkin literatürde yer alan genel bulgular dikkate alındığında ve analizin sade tutulması amacıyla, çalışmada değişkenlere ilişkin serilerin durağan olduğu kabul edilmektedir.

2.2. Modelleme Yöntemleri

2.2.1 Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS)

Diebold ve Li (2006), getiri eğrisi modelleme literatüründeki önemli gelişmelere rağmen getiri eğrisi öngörüsü konusunda yeterli çalışma bulunmadığına dikkat çekerek, klasik NS Modeli'nin dinamik bir versiyonunu geliştirmişlerdir. Söz konusu çalışma özellikle ileriye dönük getiri eğrisi öngörü çalışmalarına büyük katkı sağlamıştır. Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS) olarak adlandırılan söz konusu yeni model ve takip eden diğer dinamik modellerin temel ve ortak özelliği, getiri eğrisi faktörlerinin zaman değişken dinamik yapısının dikkate alınması, getiri eğrisi faktörlerinin ardışık bağımlı süreçler halinde bir zaman serisi olarak modele dahil edilmesi ve getiri eğrisinin zaman serisi olarak bir bütün halinde tahmin edilmesidir.

Diebold ve Li (2006) tarafından ortaya konulan ilk çalışmada, istatistikte yer alan "daralma prensibi"ne ve Zellner (1992)'ye atıfla "bilinçli şekilde basit tutma prensibi"ne vurgu yapılarak sadeliği temel alan bir temel yaklaşım benimsenmiştir. Buna göre, zaman bozunma katsayısı dışsal sabit bir parametre olarak kabul edilmiş, getiri eğrisi faktörleri en basit ardışık bağımlı model olan AR(1) modeli kullanılarak birbirlerinden bağımsız (tek değişkenli) süreçler olarak tahmin edilmiştir. Bu tercihte özellikle fazla parametre sayısı ve buna bağlı örneklem içi aşırı uyum sorunlarına bağlı

olarak, değişkenler arasında önemli düzeyde çapraz etkileşim olduğu durumlarda dahi, sınırlandırılmamış VAR süreçlerinin öngörü performansının düşük olması etkili olmuştur.

Bununla birlikte, dinamik modelin sunulduğu ilk çalışmanın devamı niteliği taşıyan Diebold ve diğerleri (2006), Almeida ve diğerleri (2007), Diebold ve diğerleri (2008), Christensen ve diğerleri (2009) ve Christensen ve diğerleri (2011) gibi çalışmalarda, VAR modellerinin yukarıda bahsedilen sorunlarına çözüm olarak, faktörler arası kovaryans matrislerinin diyagonal olmadığı, fakat vade getiri oranları arası kovaryans matrisinin ise diyagonal olduğu varsayımı altında kısıtlanmış bir VAR modeli tercih edildiği görölmektedir. Söz konusu model yapısı, faktörler arası etkileşimi kısıtlamamakta ancak farklı vadelerin faiz oranları arasında ilişki bulunmadığını varsaymaktadır. Benzer şekilde bu çalışmada da belirtilen kısıtlar altında tanımlanan VAR modeli tercih edilmiştir.

2.2.2 Durum-Uzay Modeli (SSM)

Diebold ve Li tarafından ortaya konulan DNS Modeli'nde, getiri eğrisi faktörlerinin birbirleriyle etkileşim içerisindeki dinamik yapısı VAR(1) süreç ile modelde temsil edilmektedir. VAR sürecinin yapısı gereği bu durum, modele stokastik bir boyut kazandırmaktadır. Bu nedenle stokastik ve dinamik bir model çerçevesine ihtiyaç duyulmaktadır. Stokastik-dinamik denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan önemli bir model yaklaşımı Durum-Uzay Modeli (State-Space Model-SSM)'dir. SSM, temelde dinamik ve stokastik sürece sahip "durum" değişkenlerine bağlı olan dinamik ve stokastik bir "gözlem (ölçüm)" değişkeninin olasılıksal "uzay"ını tanımlayan bir model çerçevesidir. Tarihsel olarak kontrol mühendisliği disiplini içerisinde ortaya çıkan SSM, uygulamalı mühendislikten ekonomiye, bilgisayar bilimlerinden uzay bilimine birçok alanda dinamik ve stokastik sistemlerin çözümünde kullanılan önemli bir modeldir. Bu bağlamda, dinamik-stokastik özellik taşıyan getiri eğrisi modelleri için de önemli bir araçtır. Denklem 2.1'de SSM'in genel matematiksel yapısı gösterilmektedir.

$$\begin{aligned}x_t &= A_t x_{t-1} + B_t u_t \\y_t &= C_t x_t + D_t \varepsilon_t\end{aligned}\tag{2.1}$$

Genel Durum-Uzay Modeli'nde yer alan ilk denklem "durum denklemi", ikinci denklem ise "gözlem (ölçüm) denklemi"dir. x_t "durum değişkenleri vektörü", y_t ise "gözlem (ölçüm) değişkeni vektörü"dür. Hata terimleri olan u_t ve ε_t sırasıyla "durum değişkenleri dağılma vektörü" ve "gözlem yenilenme vektörü" olarak adlandırılmaktadır ve aralarında korelasyon olmayan, birim varyanslı beyaz gürültü süreçlerini temsil etmektedir. Modelde yer alan A_t , B_t , C_t ve D_t parametreleri sırasıyla "durum geçiş", "durum değişkenleri dağılma yükü", "gözlem (ölçüm) hassasiyeti" ve "gözlem yenilenme" katsayı matrislerini ifade etmektedir.

Denklem 2.2 ve 2.3'de DNS Modeli için Durum-Uzay Modeli gösterilmektedir. Denklem 2.2'de seviye, -eğim ve eğrilik olmak üzere üç durum değişkeni için birinci derece vektör ardışık bağlantımlı (VAR(1)) bir modelin Durum-Uzay Model yapısına uygun durum denklemi ortalama düzeltilmiş olarak yer almaktadır.

$$\begin{bmatrix} L_t - \mu_L \\ S_t - \mu_S \\ C_t - \mu_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} - \mu_L \\ S_{t-1} - \mu_S \\ C_{t-1} - \mu_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t(L) \\ \eta_t(S) \\ \eta_t(C) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Denklemden yer alan L_t , S_t ve C_t değişkenleri, t anı için vektörel olarak bir arada modellenen seviye, -eğim ve eğrilik faktörlerini temsil etmektedir. μ_L , μ_S ve μ_C parametreleri seviye, -eğim ve eğrilik faktörlerinin ortalama değerlerini ifade etmektedir. $[\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{33}]$ terimi, her bir faktörün kendi ve diğer faktörler için otokorelasyon katsayılarını göstermektedir. L_{t-1} , S_{t-1} ve C_{t-1} faktörlerin $t-1$ dönemindeki değerlerini göstermektedir. $\eta_t(L)$, $\eta_t(S)$ ve $\eta_t(C)$ sırasıyla seviye, -eğim ve eğrilik için hata terimlerini temsil etmektedir.

Denklem 2.3'de ise bahse konu DNS Modeli için gözlem (ölçüm) denklemi yer almaktadır. $[y_t(m_1), y_t(m_2), \dots, y_t(m_n)]$ terimi n adet farklı vade için getiri oranını içeren $n \times 1$ boyutlu gözlem vektörüdür. $3 \times n$ boyutlu matris, getiri eğrisi faktörleri için NS Modeli'ne uygun faktör yüklerini göstermektedir. $[w_t(m_1), w_t(m_2), \dots, w_t(m_n)]$ terimi ise getiri oranı tahmini hata terimlerini içeren vektördür.

$$\begin{bmatrix} y_t(m_1) \\ y_t(m_2) \\ \vdots \\ y_t(m_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{(-m_1 \lambda)}}{m_1 \lambda} & \frac{1-e^{(-m_1 \lambda)}}{m_1 \lambda} & -e^{(-m_1 \lambda)} \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_2 \lambda)}}{m_2 \lambda} & \frac{1-e^{(-m_2 \lambda)}}{m_2 \lambda} & -e^{(-m_2 \lambda)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_n \lambda)}}{m_n \lambda} & \frac{1-e^{(-m_n \lambda)}}{m_n \lambda} & -e^{(-m_n \lambda)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_t(m_1) \\ w_t(m_2) \\ \vdots \\ w_t(m_n) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Durum ve gözlem denklemlerinde yer alan η_t ve w_t hata terimleri sırasıyla durum değişkenleri dağılma vektörü ve gözlem yenilenme vektörünü ifade etmektedir. Diebold ve diğerleri (2006), DNS Modeli için yukarıda ortaya konulan Durum-Uzay Modeli'nin eşanlı olarak tek adımda çözümü için ideal tahmin algoritmasının "Kalman Filtresi" olduğunu ifade etmektedir. Çalışmada Kalman Filtresi'nin lineer en küçük kareler optimalliğinin sağlanması için, η_t ve w_t beyaz gürültü süreçlerinin hem birbirlerine hem de başlangıç durumuna göre ortogonal olduğu varsayımı kabul edilmektedir. Ayrıca durum değişkenleri dağılma terimi η_t 'lerin zamanlar arası ilintili olduğu ve bu nedenle aralarındaki kovaryans matrisi Q'nun diyagonal olmadığı, gözlem yenilenme terimi ε_t 'lerin ise ilişkisiz olmadığı ve aralarındaki kovaryans matrisi H'nin diyagonal olduğu varsayılmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \eta_t \\ w_t \end{bmatrix} \sim WN \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \right) \quad (2.4)$$

Durum-Uzay Modeli'nin Denklem 2.1'deki genel yapısı ve Denklem 2.2 ve Denklem 2.3'deki DNS Modeli için gösterimi incelendiğinde, genel yapıda $B_t \varepsilon_t$ ve $D_t \varepsilon_t$ olarak ifade edilen terimlerin yerini DNS Modeli gösterimlerinde sırasıyla η_t ve w_t terimlerinin aldığı görülmektedir. Söz konusu durum DNS Modeli ve genel Durum-Uzay Modeli arasında Denklem 2.5'de gösterilen ilişkiyi gerektirmektedir. Buna göre Q matrisi üzerinde simetri kısıtı ve H matrisi üzerinde diyagonalite kısıtı gerekli olmaktadır.

$$Q = B B' \quad \text{ve} \quad H = D D' \quad (2.5)$$

2.2.3 Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli (DNSS)

Almeida ve diğherleri (2007), Diebold ve Li (2006) tarafından geliştirilen DNS Modeli'ne benzer şekilde, NSS Modeli'nin dinamik versiyonu olan Dinamik Nelson-Siegel Svensson (DNSS) Modeli'ni geliştirmiştir. DNS Modeli için belirtilen hususlar genel olarak DNSS Modeli için de geçerlidir. NSS Modeli'ni temel alan DNSS Modeli'nde farklı olarak sadece ikinci eğrilik faktörü ve buna bağlı olarak ikinci zaman bozunma katsayısı yer almaktadır. Denklem 2.6 ve 2.7'de DNSS Modeli'nin Durum-Uzay Model gösterimi yer almaktadır.

$$\begin{bmatrix} L_t - \mu_L \\ S_t - \mu_S \\ C1_t - \mu_{C1} \\ C2_t - \mu_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} - \mu_L \\ S_{t-1} - \mu_S \\ C1_{t-1} - \mu_{C1} \\ C2_{t-1} - \mu_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t(L) \\ \eta_t(S) \\ \eta_t(C1) \\ \eta_t(C2) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} y_t(m_1) \\ y_t(m_2) \\ \vdots \\ y_t(m_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{(-m_1 \times \lambda_1)}}{m_1 \times \lambda_1} & \frac{1-e^{(-m_1 \times \lambda_1)}}{m_1 \times \lambda_1} - e^{(-m_1 \times \lambda_1)} & \frac{1-e^{(-m_1 \times \lambda_2)}}{m_1 \times \lambda_2} - e^{(-m_1 \times \lambda_2)} \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_2 \times \lambda_1)}}{m_2 \times \lambda_1} & \frac{1-e^{(-m_2 \times \lambda_1)}}{m_2 \times \lambda_1} - e^{(-m_2 \times \lambda_1)} & \frac{1-e^{(-m_2 \times \lambda_2)}}{m_2 \times \lambda_2} - e^{(-m_2 \times \lambda_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_n \times \lambda_1)}}{m_n \times \lambda_1} & \frac{1-e^{(-m_n \times \lambda_1)}}{m_n \times \lambda_1} - e^{(-m_n \times \lambda_1)} & \frac{1-e^{(-m_n \times \lambda_2)}}{m_n \times \lambda_2} - e^{(-m_n \times \lambda_2)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_t \\ S_t \\ C1_t \\ C2_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_t(m_1) \\ w_t(m_2) \\ \vdots \\ w_t(m_n) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

DNSS Modeli için yukarıda gösterilen SSM yapısı, DNS Modeli ile büyük oranda benzerlik göstermekte olduğundan ve DNS Modeli bölümünde modele ilişkin ayrıntılara yer verildiğinden, burada DNSS Modeli için SSM yapısına ilişkin tekrar ayrıntılı bilgi verilmemektedir. Bununla birlikte DNSS Modeli'nde DNS Modeli'nden farklı olarak, ilave ikinci eğrilik faktörü C2 ve buna bağlı olarak söz konusu faktörü kontrol eden ikinci bir zaman bozunma

katsayısı λ_2 yer almaktadır. Ayrıca, faktör yükleri matrisi ve ve model hata vektörü NSS Modeli'ne ve değişken sayılarına uygun olarak belirlenmektedir.

2.2.4 Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli (RDNS)

NS Modeli'nin klasik parametre yapısında model faktörleri sırasıyla seviye, -eğim ve eğriliktir. Nyholm (2015), NS Modeli'nin klasik model yapısından farklı olarak, model faktörlerinin sırasıyla kısa vade faiz oranı, eğim ve eğrilik olarak ele alındığı ve Dönüştürülmüş DNS Modeli (RDNS) adını verdiği yeni bir parametrizasyon önerisinde bulunmaktadır. Bahse konu yaklaşımın önemli avantajlarından birisi kısa vadeli faiz oranlarının doğrudan modellenmesine ve kısa vadeli faiz oranının tanım olarak istenilen herhangi bir vadede belirlenebilmesine imkân vermesidir. Klasik NS Modeli'nde kısa vadeli faiz dolaylı olarak birinci ve ikinci faktörün toplamı alınarak hesaplanmakta ve tanım olarak $m=0$ vade kısa vadeli faiz oranını vermektedir. Öte yandan kısa vadeli faiz oranına modelde doğrudan bir faktör olarak yer veren RDNS parametre yapısı, Taylor Kuralı benzeri bir yapıda makroekonomik değişkenlerin de modele dahil edilebilmesine imkân vermektedir.

Klasik NS Modeli parametre yapısına göre faktörler teknik olarak seviye, -eğim ve eğrilik'tir. RDNS'te söz konusu parametre yapısı kısa vadeli faiz oranı, eğim ve eğrilik olacak şekilde dönüştürülmektedir. Buna göre Denklem 2.8'de gösterilen parametre dönüşümünü sağlayacak uygun bir "R" dönüşüm matrisi tanımlanmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \text{Kısa Vade Faiz Oranı} \\ \text{Eğim} \\ \text{Eğrilik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Seviye} \\ - \text{Eğim} \\ \text{Eğrilik} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Denklem 2.1'deki genel model, $I = R^{-1} \cdot R$ özelliğine sahip R dönüşüm matrisini içerecek şekilde Denklem 2.9'daki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\begin{aligned} y_t &= C_t \cdot R^{-1} \cdot R \cdot x_t + D_t \varepsilon_t \\ R \cdot x_t &= A_t \cdot R \cdot x_{t-1} + R \cdot B_t u_t \end{aligned} \quad (2.9)$$

Gösterimin sadeleştirilmesi amacıyla:

$$E = C_t \cdot R^{-1}, \quad \psi_t = R \cdot x_t, \quad z_t = R \cdot B_t u_t \quad (2.10)$$

olduğu kabulü altında Denklem 2.9 aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned} y_t &= E \cdot \psi_t + D_t \varepsilon_t \\ \psi_t &= R \cdot \psi_{t-1} + z_t \end{aligned} \quad (2.11)$$

Denklem 2.10'da R dönüşüm matrisinin, DNS Modeli'nde seviye, -eğim ve eğrilik faktörlerini gösteren x_t vektörünü önden çarptığı görülmektedir. Bu nedenle R dönüşüm matrisinin her bir satırı, orijinal DNS Modeli faktörlerinin bir lineer bileşimi olarak değerlendirilebilir. Kısa vade olarak belirlenen m_s vadesi için istenilen kısa vadeli faiz oranı parametre dönüşümünü sağlayacak R dönüşüm matrisi için genelleştirilmiş formül Denklem 2.12'de gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{(-m_s \times \lambda)}}{m_s \times \lambda} & \frac{1-e^{(-m_s \times \lambda)}}{m_s \times \lambda} - e^{(-m_s \times \lambda)} \\ 0 & \frac{1-e^{(-m_s \times \lambda)}}{m_s \times \lambda} & \frac{1-e^{(-m_s \times \lambda)}}{m_s \times \lambda} - e^{(-m_s \times \lambda)} \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_s \times \lambda)}}{m_s \times \lambda} & \frac{1-e^{(-m_s \times \lambda)}}{m_s \times \lambda} - e^{(-m_s \times \lambda)} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Denkleminde yer verilen R dönüşüm matrisi, Denklem 2.8'deki hedeflenen faktör yorumunun ve parametre dönüşümünün ortaya çıkmasını sağlayacak şekilde belirlenmiştir.

Bu nedenle RDNS Modeli, DNS Modeli ile bire bir aynı istatistiksel özellikleri taşımakta ve DNS Modeli'nin gözlemsel eşleneğini oluşturmaktadır. Bununla birlikte, modele dışsal değişkenlerin eklenmesi ve öngörü oluşturulması durumunda, söz konusu denklik doğal olarak sonlanmaktadır.

2.2.5 Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS+M)

Diebold ve diğerleri (2006) tarafından DNS Modeli'nin makroekonomik faktörleri içeren genişletilmiş bir versiyonu da sunulmuştur. Buna göre yıllık tüketici fiyat enflasyonu, üretim kapasite kullanım oranı ve ABD için Federal Fonlama Oranı olmak üzere üç makroekonomik değişkenin, ana getiri eğrisi faktörlerine ilaveten açıklayıcı durum değişkeni olarak yer aldığı alternatif bir

model oluşturulmuştur. Mevcut çalışmada, Türkiye uygulaması için geliştirilen DNS+M Modeli'nde, makroekonomik değişken olarak sadece enflasyon (ENF) ve kapasite kullanım oranı (KKO) egzojen (dışsal) değişken olarak kullanılmıştır. Modelin ana amacı, makroekonomik değişkenlerin getiri eğrisi faktörleri üzerindeki olası etkisini dikkate almak olup, makroekonomik değişkenlerin Durum-Uzay Modeli'nde yer alan ilgili vektör ve matris boyutları makroekonomik değişkenlere ve model varsayımlarına uygun olarak yeniden düzenlenmektedir. Söz konusu modelde, makroekonomik değişkenlerin getiri eğrisi faktörlerini tek taraflı olarak dışsal şekilde etkilediği varsayılmaktadır. Bu nedenle, durum değişkenlerinin otoregresif katsayılarını içeren A durum geçiş matrisinin sol alt bölümünde yer alan ve önceki dönem getiri eğrisi faktörlerinin mevcut dönem makroekonomik değişkenleri etkileme katsayılarını içeren matris bölümü sıfır ile sınırlandırılmış ve durum değişkenleri kovaryans matrisi Q diyagonalite kısıtı altında yeniden düzenlenmiştir. Bununla birlikte C_t gözlem ölçüm hassasiyeti matrisi, ilk üç kolonunun en alt iki satırı ve son iki sütunun son iki satırı hariç tamamı sıfır değeri alacak şekilde kısıtlandırılmıştır. Sondan ikinci sütunun sondan ikinci değeri ile son sütunun son değeri 1 değerini almaktadır. Bu kısıtlar ile, gözlem denkleminde getiri eğrisinin sadece getiri eğrisi faktörlerine bağlı olarak modellendiği yapının korunması ve makroekonomik değişkenlerin getiri eğrisi faktörlerine bağlı olmadan sadece dışsal değerlerine eşitlenmesi sağlanmaktadır. Denklem 2.13 ve Denklem 2.14'de makroekonomik değişkenleri içeren DNS Modeli (DNS+M) için Durum-Uzay Modeli gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix} L_t - \mu_L \\ S_t - \mu_S \\ C_t - \mu_{C1} \\ ENF_t - \mu_{ENF} \\ KKO_t - \mu_{KKO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{44} & \alpha_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{54} & \alpha_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} - \mu_L \\ S_{t-1} - \mu_S \\ C_{t-1} - \mu_{C1} \\ ENF_{t-1} - \mu_{ENF} \\ KKO_{t-1} - \mu_{KKO} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t(L) \\ \eta_t(S) \\ \eta_t(C) \\ \eta_t(ENF) \\ \eta_t(KKO) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} y_t(m_1) \\ y_t(m_2) \\ \vdots \\ y_t(m_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{(-m_1 \lambda)}}{m_1 \lambda} & \frac{1-e^{(-m_1 \lambda)}}{m_1 \lambda} - e^{(-m_1 \lambda)} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_2 \lambda)}}{m_2 \lambda} & \frac{1-e^{(-m_2 \lambda)}}{m_2 \lambda} - e^{(-m_2 \lambda)} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \frac{1-e^{(-m_n \lambda)}}{m_n \lambda} & \frac{1-e^{(-m_n \lambda)}}{m_n \lambda} - e^{(-m_n \lambda)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \\ ENF_t \\ KKO_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_t(m_1) \\ w_t(m_2) \\ \vdots \\ w_t(m_n) \\ w_t(ENF) \\ w_t(KKO) \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

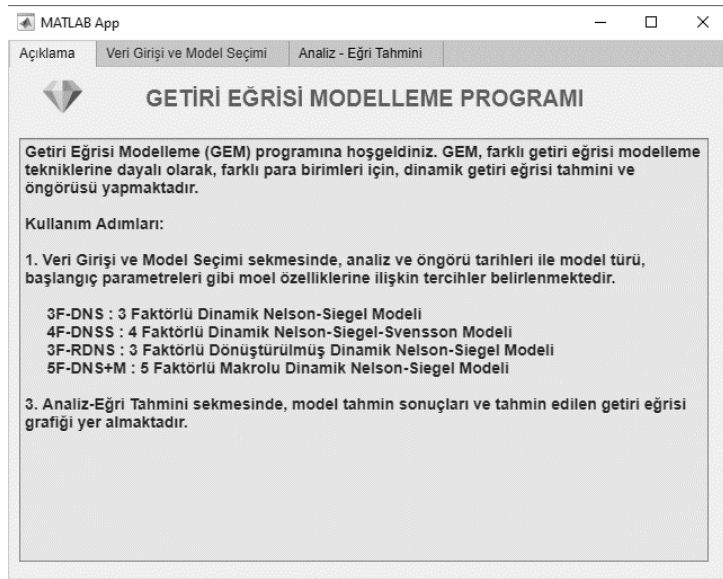
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

MODEL PERFORMANSLARININ KARŞILAŞTIRMALI ANALİZİ

Bu bölümde Türkiye için getiri eğrisi tahmininde kullanılan alternatif modellerin örneklem içi tahmin ve örneklem dışı öngörü performansları karşılaştırmalı olarak incelenmektedir. Bölümde ilk olarak, tahmin ve öngörülerin oluşturulmasında kullanılan temel metodolojik yaklaşım açıklanmaktadır. Daha sonra modellerin örneklem için tahmin performansları analiz edilmektedir. Son olarak alternatif modellerin 1 gün, 1 hafta ve 1 ay ufkunda öngörü performansları karşılaştırmalı olarak incelenmektedir.

3.1. Temel Metodolojik Yaklaşım ve “GEM”

Çalışmada kullanılmak üzere, “Getiri Eğrisi Modelleme (GEM)” adında özgün bir yazılım programı geliştirilmiştir. MATLAB programlama dili kullanılarak geliştirilen GEM programı, farklı getiri eğrisi modellerine dayalı olarak dinamik getiri eğrisi tahmini ve öngörüsü yapılabilmesi için interaktif ve grafiksel bir kullanıcı arayüzü sağlamaktadır. Şekil 3.1, 3.2 ve 3.3’de GEM’e ait ekran görüntüleri yer almaktadır.



Şekil 3.1 : GEM Açıklama Ekranı

GEM Açıklama ekranında, programın kullanımına ilişkin genel bilgiler yer almaktadır. Veri Girişi ve Model Seçimi ekranında, getiri eğrisi tahmininin yapılacağı analiz (örneklem içi) dönemi ve getiri eğrisi öngörüsünün yapılacağı öngörü (örneklem dışı) dönemi seçilmektedir. Öngörünün ne kadar ileriye doğru yapılacağını belirlemek için öngörü ufku seçimi yapılmaktadır. Analiz tarihi, ilk yapılan seçim sonrası belirlenen aralık değişimi kadar ileriye doğru kayan pencere şeklinde değişerek tahmin hesaplamaları tekrarlanmaktadır. Veri yapılan seçimlere bağlı olarak otomatik olarak yüklenerek analize hazırlanmaktadır. Daha sonra, kullanılacak getiri eğrisi tahmin modeli seçimi, zaman bozunma katsayıları gibi modele ilişkin tercihler ve başlangıç parametreleri belirlenmektedir.

Para Birimini Seçiniz: TRY

Analiz Tarih Aralığını Seçiniz: Başlangıç: 31-01-07, Bitiş: 30-01-09, Aralık Değişimi (gün): 30

Öngörü Tarih Aralığı: Başlangıç: 31-01-09, Bitiş: 01-03-09, Öngörü Ufku (gün): 30

Veriyi Yükle

Model Amacı: Getiri Eğrisi Tahmini

Getiri Eğrisi Modeli: 4F-DNSS

VAR Derecesi: 1

Kısa Vade Kabulü (ay): 3

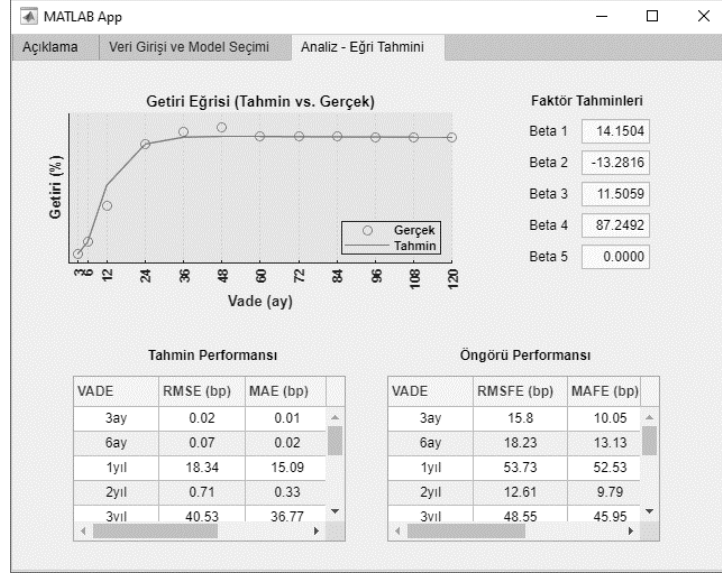
Başlangıç A1: 0.2025

Başlangıç A2: 3.8567

Modeli Çalıştır

Şekil 3.2 : GEM Veri Girişi ve Model Seçimi Ekranı

Modelin çalıştırılmasını takiben, Analiz-Eğri Tahmini ekranında, tahmin yapılan son gün için tahmin edilen getiri eğrisi ve aynı gün için gerçek getiri oranı değerlerini gösteren grafik ile birlikte son güne ait faktör tahminleri gösterilmektedir. Ayrıca ilk seçilen analiz aralığı sonrasında tekrar eden tüm tahmin işlemlerinde ortaya çıkan hata istatistiklerinin ortalamaları, örneklem içi tahmin ve örneklem dışı öngörü performansını gösteren tablolarda yer almaktadır.



Şekil 3.3 : GEM Analiz-Eğri Tahmini Ekranı

Çalışmada başlangıç analiz tarih aralığı ilk olarak 31.01.2007-30.01.2009 aralığını kapsayan 731 günlük (2 yıllık) dönem olarak belirlenmiştir. İlk öngörü tarih aralığı ise, ilk analiz tarih aralığını takip eden ve 31.01.2009-28.02.2009 aralığını kapsayan 30 günlük dönem olarak seçilmiştir. Daha sonra ardışık yinelemeli olarak, analiz ve öngörü tarih aralıkları sabit pencere şeklinde 30 gün ileriye kaydırılmıştır. Bu şekilde tahmin ve öngörü hesaplamaları, veri setinin imkân verdiği son tarihe kadar 165 kez yinelenmiştir.

SSM modeli yaklaşımı içerisinde, model parametreleri ve zaman bozunma katsayıları tek adımda ve bir arada tahmin edilmektedir. Bu bağlamda, parametrelerin başlangıç değerlerinin uygun şekilde belirlenmesi önem arz etmektedir. Bu nedenle, SSM modelindeki parametreler için başlangıç değerleri, ilk analiz tarih aralığında EKK yöntemi ile iki adımda tahmin edilmiştir. Program, daha sonraki her bir yinelemede, bir önceki analiz aralığında tahmin ettiği parametre değerlerini, başlangıç değeri olarak kullanmaktadır. Buna göre, tek bir zaman bozunma katsayısının bulunduğu DNS, RDNS ve DNS+M modellerinde zaman bozunma katsayısı λ_1 'in başlangıç değeri, ilk çözümde elde edilen 0.2025 değeri olarak kabul edilmiştir. İki farklı zaman bozunma katsayısının bulunduğu DNSS modelinde zaman bozunma katsayıları için başlangıç değerleri λ_1 ve λ_2 için sırasıyla 0.1672 ve 3.8567 olarak kabul edilmiştir. Kıyaslanabilirliğin sağlanması amacıyla, bahse

konu parametrelerin başlangıç değerleri bütün modeller için aynı kabul edilmiştir.

Çalışmada yer alan her bir model için, analiz ve öngörü aralığının kayan pencere şeklinde ilerletilmesi suretiyle, 165 kez tahmin ve öngörü gerçekleştirilmiştir. Tahmin performansları hata karelerinin ortalamasının karekökü (RMSE), ortalama mutlak hata (MAE), göreceli hata karelerinin ortalamasının karekökü (RRMSE) ve göreceli ortalama mutlak hata (RMAE) ölçüleri ile değerlendirilmiştir. Öngörü performansları için 1 günlük, 1 haftalık ve 1 aylık öngörü ufku için performans metrikleri analiz edilmiştir. Öngörüler için benzer şekilde, öngörü hatası karelerinin ortalamasının karekökü (RMSFE), ortalama mutlak öngörü hatası (MAFE), göreceli öngörü hatası karelerinin ortalamasının karekökü (RRMSFE) ve göreceli ortalama mutlak öngörü hatası (RMAFE) ölçütleri kullanılmıştır. RMSE, RMSFE, MAE ve MAFE ölçütleri baz puan olarak, RRMSE, RRMSFE, RMAE ve RMAFE ölçütleri yüzde değer olarak ifade edilmektedir. Hesaplama formülünde hata kareleri içeren RMSE, RMSFE, RRMSE ve RRMSFE ölçütleri, yapısal olarak uç değerdeki hatalardan daha fazla etkilenmektedir.

Getiri eğrisi tahmini 165 kez tekrar etmektedir. Her bir tekrarda, analiz dönemindeki örneklem içi 731 gün ve 12 farklı vade için getiri oranları tahmin edilmektedir. Tahmin performansı ölçütleri, her tahmin tekrarında, 731 gün tahmin hatasının ortalaması olarak ve farklı vadeler için ayrı ayrı hesaplanmaktadır. Daha sonra 165 tekrarın tamamı üzerinden ortalama tahmin performansı ölçütleri bulunmaktadır.

Benzer şekilde, getiri eğrisi öngörülerini de 165 kez tekrar etmektedir. Farklı olarak, her bir tekrarda, analiz dönemini takip eden 1., 7. ve 30. gün için olmak üzere bir kez ve doğrudan öngörü oluşturulmaktadır. Bu nedenle öngörü performansı ölçütleri 165 tekrar üzerinden hesaplanmaktadır.

3.2. Getiri Eğrisi Tahmin Performansları

Önceki bölümde ayrıntıları açıklanan temel metodolojik yaklaşım çerçevesinde gerçekleştirilen örneklem içi getiri eğrisi tahminlerine ilişkin olarak, modellerin karşılaştırmalı performansları Tablo 3.1’de gösterilmektedir.

TABLO 3.1. MODELLERİN ÖRNEKLEM İÇİ TAHMİN PERFORMANSLARI

RMSE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	21.18	10.09	9.91	26.51	26.34	23.65	15.56	14.32	16.09	4.75	5.92	13.92	15.69
DNSS	0.61	9.59	12.80	18.82	17.09	16.13	7.85	9.89	14.43	6.45	4.53	12.29	10.87
RDNS	21.18	10.09	9.96	26.40	26.37	23.67	15.53	14.41	16.09	4.75	6.09	14.03	15.71
DNS+M	0.00	20.96	0.33	37.42	48.67	42.60	28.65	16.29	13.65	3.13	13.59	22.96	20.69

MAE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	17.19	8.51	7.65	21.39	22.47	18.81	12.11	11.19	11.31	3.00	4.49	10.70	12.40
DNSS	0.28	7.43	10.75	14.33	13.90	12.47	5.17	7.04	9.87	4.12	3.03	8.66	8.09
RDNS	17.18	8.51	7.67	21.33	22.51	18.83	12.09	11.26	11.32	2.99	4.59	10.74	12.42
DNS+M	0.00	17.02	0.18	29.00	37.57	31.36	20.43	12.33	9.85	2.03	9.23	16.51	15.46

RRMSE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	%1.59	%0.98	%0.81	%2.32	%2.21	%1.96	%1.46	%1.25	%1.36	%0.33	%0.58	%1.28	%1.34
DNSS	%0.06	%0.75	%1.39	%1.75	%1.45	%1.28	%0.62	%0.78	%1.23	%0.51	%0.38	%1.08	%0.94
RDNS	%1.59	%0.97	%0.82	%2.31	%2.21	%1.96	%1.46	%1.26	%1.36	%0.33	%0.59	%1.29	%1.35
DNS+M	%0.00	%1.71	%0.02	%2.96	%3.60	%3.04	%2.25	%1.44	%1.22	%0.25	%1.10	%1.87	%1.62

RMAE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	%1.34	%0.83	%0.63	%1.86	%1.86	%1.56	%1.12	%1.00	%0.98	%0.22	%0.44	%0.98	%1.07
DNSS	%0.03	%0.59	%1.12	%1.35	%1.17	%1.00	%0.39	%0.57	%0.87	%0.34	%0.25	%0.76	%0.70
RDNS	%1.34	%0.82	%0.63	%1.86	%1.87	%1.57	%1.12	%1.00	%0.98	%0.22	%0.45	%0.99	%1.07
DNS+M	%0.00	%1.44	%0.01	%2.38	%2.90	%2.40	%1.69	%1.11	%0.89	%0.17	%0.78	%1.39	%1.26

Buna göre, örneklem içi tahmin performansı en yüksek olan modelin tüm ölçütlere göre DNSS Modeli olduğu görülmektedir. DNSS Modeli'nin tahmin hatası istatistikleri sırasıyla RMSE 10,87 baz puan, MAE 8,09 baz puan, RRMSE %0,94 ve RMAE %0,70 olarak hesaplanmıştır. İkinci en iyi performansı DNS Modeli göstermiştir. DNS Modeli'nin gözlemsel eşleneği olan RDNS Modeli'nin DNS Modeli ile çok yakın bir performans sergilediği görülmektedir. Bununla birlikte, SSM model yapısında yer alan durum değişkenleri dağılma yükü ve gözlem yenilenme matrislerinin içerdiği stokastik etmenlere bağlı olarak RDNS Modeli, DNS Modeli'nden küçük performans farkları göstermektedir. En düşük tahmin performansına sahip olan model ise DNS+M Modeli'dir.

3.3. Getiri Eğrisi Öngörü Performansları

Modellerin öngörü performansları 1 gün, 1 hafta ve 1 ay ileriye yönelik olarak örneklem dışı öngörü performansları çerçevesinde incelenmiştir. Modellerin karşılaştırmalı 1 gün ileriye yönelik öngörü performansları Tablo 3.2'de gösterilmektedir. Buna göre, 1 gün ileriye yönelik öngörü performansı en yüksek olan modelin tüm ölçütlere göre DNSS Modeli olduğu görülmektedir. DNSS Modeli'nin 1 günlük öngörü hatası istatistikleri sırasıyla RMSFE 25,94 baz puan, MAFE 16,20 baz puan, RRMSFE %2,22 ve RMAFE %1,41 olarak hesaplanmıştır. 1 günlük öngörü performansına göre ikinci sırada DNS Modeli yer almaktadır. RDNS Modeli'nin öngörü performansının DNS Modeli'ne kıyasla genel ortalama bir miktar geri kalmasına rağmen, özellikle 3 ay, 6 ay ve 1 yıl vadelerdeki öngörü performansının birçok metriğe göre DNS Modeli'nden bir miktar daha iyi olduğu dikkat çekmektedir. RDNS Modeli'nin kısa vadelerdeki görece iyi performansının, söz konusu modelde kısa dönem faiz oranının doğrudan modellenmesine bağlı bir avantaja işaret ettiği değerlendirilmektedir. En düşük 1 günlük öngörü performansını ise DNS+M Modeli göstermektedir.

TABLO 3.2. MODELLERİN ÖRNEKLEM DIŞI 1 GÜN İLERİ ÖNGÖRÜ PERFORMANSLARI

1 GÜN İLERİ ÖNGÖRÜ PERFORMANSLARI													
RMSFE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	35.11	22.07	19.39	32.33	37.20	32.62	26.63	26.34	29.15	23.19	25.51	39.20	29.06
DNSS	14.78	18.42	32.76	32.69	29.85	26.07	21.13	23.08	28.21	23.77	24.56	35.97	25.94
RDNS	34.06	22.19	19.23	32.04	37.55	32.87	26.80	27.68	30.60	22.24	24.85	38.69	29.07
DNS+M	56.57	71.10	58.19	58.10	60.14	55.17	44.85	34.78	35.94	33.17	41.76	50.21	50.00

MAFE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	22.98	15.87	12.70	22.87	25.30	22.66	18.65	17.32	17.92	12.23	15.06	22.04	18.80
DNSS	11.04	13.30	20.33	20.59	20.60	17.62	12.50	13.75	17.00	13.56	14.06	20.06	16.20
RDNS	22.43	15.06	12.67	22.96	25.20	22.71	18.89	18.52	19.08	12.28	14.32	21.20	18.78
DNS+M	51.24	63.64	53.63	50.08	47.26	41.85	34.36	28.48	28.56	27.34	31.81	35.37	41.14

RRMSFE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	%2.36	%2.38	%1.55	%2.83	%3.08	%2.62	%2.18	%2.09	%2.20	%1.64	%1.99	%2.94	%2.32
DNSS	%1.30	%1.50	%3.83	%3.53	%2.67	%2.11	%1.53	%1.69	%2.11	%1.73	%1.88	%2.72	%2.22
RDNS	%2.30	%2.39	%1.55	%2.91	%3.16	%2.70	%2.27	%2.22	%2.33	%1.62	%1.94	%2.90	%2.36
DNS+M	%5.55	%6.18	%5.56	%5.82	%5.21	%4.52	%3.88	%3.19	%3.00	%2.81	%3.29	%3.93	%4.41

RMAFE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	%1.74	%1.59	%1.07	%2.05	%2.20	%1.94	%1.63	%1.48	%1.46	%0.94	%1.24	%1.79	%1.59
DNSS	%1.01	%1.17	%2.17	%2.02	%1.81	%1.47	%1.00	%1.11	%1.38	%1.08	%1.13	%1.61	%1.41
RDNS	%1.71	%1.52	%1.08	%2.11	%2.23	%1.98	%1.69	%1.60	%1.58	%0.97	%1.17	%1.71	%1.61
DNS+M	%4.84	%5.66	%4.96	%4.80	%4.27	%3.70	%3.08	%2.61	%2.52	%2.42	%2.67	%2.94	%3.71

Modellerin karşılaştırmalı 1 hafta ileriye yönelik öngörü performansları Tablo 3.3'de gösterilmektedir. Buna göre, 1 hafta ileriye yönelik öngörü

performansı en yüksek olan model MAFE, RRMSFE ve RMAFE ölçütlerine göre DNS Modeli'dir. Bununla birlikte RDNS Modeli'nin 1 haftalık öngörü performansının RMSFE ölçütüne göre DNS Modeli'nden daha iyi olduğu görülmektedir. Bu durumun temel nedeninin, RDNS Modeli'nin kısa vade faiz oranını doğrudan model faktörü olarak kullanmasına bağlı olarak kısa vadelerde ortaya çıkan görece üstünlüğü ile birlikte, kısa vadeli faiz oranlarında gözlenen yüksek oynaklığın kısa vadelerde daha sık uç değerlerde öngörü hatası ortaya çıkmasına neden olması olduğu değerlendirilmektedir. Bir diğer dikkat çekici gözlem, 1 haftalık öngörü performansına göre DNSS Modeli'nin üçüncü sırada yer almasıdır. 1 günlük öngörüdeki üstünlüğünün tersine, 1 haftalık öngörüde DNSS Modeli'nin DNS ve RDNS modellerinin gerisine düştüğü gözlenmektedir. Dördüncü bir faktör ve ikinci zaman bozunma katsayısı içeren DNSS Modeli'nde daha fazla sayıda parametre tahminine ihtiyaç duyulması ve buna bağlı olarak öngörü ufkunun uzamasıyla birlikte örneklem dışı öngörü performansında düşüş yaşandığı düşünülmektedir.

TABLO 3.3. MODELLERİN ÖRNEKLEM DIŞI 1 HAFTA İLERİ ÖNGÖRÜ PERFORMANSLARI

1 HAFTA İLERİ ÖNGÖRÜ PERFORMANSLARI													
RMSFE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	39.20	73.06	58.24	57.59	66.41	75.64	73.62	65.11	61.72	61.44	58.55	57.97	62.38
DNSS	35.97	71.27	65.48	72.40	75.24	81.15	79.45	71.76	68.34	67.89	65.89	65.14	68.33
RDNS	38.69	64.42	53.69	50.73	62.69	72.53	72.05	67.71	67.63	68.77	61.26	60.27	61.70
DNS+M	50.21	93.65	109.80	108.90	108.46	102.78	97.15	85.76	80.77	82.18	82.61	87.43	90.81

MAFE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	50.83	40.38	38.53	42.88	48.55	47.87	42.40	40.96	40.05	38.77	39.87	41.08	42.68
DNSS	53.72	47.65	53.75	51.68	55.08	54.72	49.63	47.53	46.70	46.78	46.20	46.96	50.03
RDNS	45.14	38.14	34.97	45.49	50.91	51.27	47.54	46.88	45.87	42.93	42.05	44.01	44.60
DNS+M	81.38	96.89	96.50	95.87	86.62	80.33	71.99	68.58	66.22	65.46	66.44	68.33	78.72

RRMSFE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	5.30%	4.87%	4.27%	4.66%	5.13%	5.05%	4.74%	4.31%	4.28%	4.10%	4.18%	4.39%	4.61%
DNSS	6.41%	6.10%	6.86%	6.37%	6.04%	5.87%	5.52%	5.08%	5.03%	5.01%	5.04%	5.24%	5.71%
RDNS	4.83%	4.66%	3.95%	4.92%	5.37%	5.35%	5.24%	4.97%	5.02%	4.50%	4.47%	4.70%	4.83%
DNS+M	9.22%	10.13%	10.21%	10.29%	9.16%	8.57%	7.84%	7.17%	6.98%	6.96%	7.18%	7.43%	8.43%

RMAFE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	4.19%	3.65%	3.18%	3.52%	3.86%	3.78%	3.40%	3.22%	3.14%	3.03%	3.16%	3.26%	3.45%
DNSS	4.99%	4.51%	5.01%	4.51%	4.52%	4.45%	4.11%	3.89%	3.82%	3.85%	3.81%	3.89%	4.28%
RDNS	3.85%	3.52%	3.00%	3.91%	4.23%	4.25%	3.99%	3.88%	3.78%	3.50%	3.44%	3.57%	3.74%
DNS+M	7.93%	8.98%	8.95%	9.01%	7.92%	7.32%	6.62%	6.19%	5.89%	5.77%	5.76%	5.85%	7.18%

Son olarak, Tablo 3.4'de modellerin 1 ay ileriye yönelik karşılaştırmalı öngörü performansları gösterilmektedir. Buna göre, genel olarak modellerin öngörü performansında kayda değer bir düşüş yaşandığı görülmektedir.

Bununla birlikte, tüm ölçütlere göre en iyi 1 aylık öngörü performansını DNS Modeli göstermekte, ikinci sırada ise RDNS Modeli yer almaktadır. 1 haftalık öngörü performansına benzer şekilde, DNSS Modeli'nin 1 aylık öngörü performansının da DNS ve RDNS modellerinin gerisinde kaldığı görülmekte olup, bu durumun DNSS Modeli'nin fazla parametre sayısına bağlı olarak örneklem dışı öngörü performansında öngörü ufkunun artmasıyla birlikte ortaya çıkan performans düşüşünü teyit eder nitelikte olduğu düşünülmektedir. DNS+M Modeli'nin yine en düşük öngörü performansına sahip model olduğu görülmektedir.

TABLO 3.4. MODELLERİN ÖRNEKLEM DIŞI 1 AY İLERİ ÖNGÖRÜ PERFORMANSLARI

1 AY İLERİ ÖNGÖRÜ PERFORMANSLARI													
RMSFE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	60.62	182.41	167.17	167.24	174.36	181.07	174.65	166.72	156.63	148.68	146.01	140.09	155.47
DNSS	67.35	255.26	245.44	234.88	226.04	227.89	221.15	213.52	204.42	196.93	194.74	190.00	206.47
RDNS	63.61	146.90	141.72	141.64	161.13	175.05	175.51	175.08	175.79	175.73	170.79	173.19	156.34
DNS+M	92.13	227.11	254.02	272.40	272.98	253.30	236.91	224.00	218.23	215.38	216.44	219.49	225.20
MAFE (baz puan)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	141.01	130.62	125.27	127.66	128.92	124.44	115.38	106.79	99.35	97.95	94.66	91.91	115.33
DNSS	210.02	201.98	190.94	174.51	174.46	169.66	163.74	155.56	148.36	146.21	142.30	139.41	168.10
RDNS	108.73	104.87	102.03	116.90	125.13	126.68	123.65	123.20	122.51	121.56	123.91	126.32	118.79
DNS+M	184.73	216.68	237.25	239.77	218.97	200.78	186.10	177.28	172.48	171.27	171.98	172.18	195.79
RRMSFE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	14.44%	13.53%	12.62%	12.62%	12.70%	12.30%	11.64%	11.01%	10.47%	10.38%	10.05%	9.71%	11.79%
DNSS	25.15%	24.95%	22.76%	20.03%	19.02%	18.41%	17.80%	17.21%	16.69%	16.53%	16.20%	15.91%	19.22%
RDNS	13.19%	12.97%	11.70%	12.67%	13.12%	13.17%	13.08%	13.15%	13.19%	12.99%	13.17%	13.36%	12.98%
DNS+M	23.87%	25.23%	26.11%	25.78%	23.36%	21.69%	20.58%	19.84%	19.35%	19.24%	19.28%	19.29%	21.97%
RMAFE (%)													
	3 ay	6 ay	1 yıl	2 yıl	3 yıl	4 yıl	5 yıl	6 yıl	7 yıl	8 yıl	9 yıl	10 yıl	ORTALAMA
DNS	12.11%	11.25%	10.34%	10.18%	10.06%	9.73%	9.03%	8.42%	7.88%	7.84%	7.63%	7.44%	9.33%
DNSS	20.06%	19.55%	17.80%	15.43%	14.94%	14.52%	14.07%	13.48%	12.94%	12.72%	12.43%	12.21%	15.01%
RDNS	10.09%	9.76%	8.97%	9.93%	10.33%	10.49%	10.30%	10.28%	10.23%	10.21%	10.38%	10.61%	10.13%
DNS+M	18.79%	21.15%	22.48%	22.32%	20.00%	18.24%	17.01%	16.18%	15.65%	15.40%	15.33%	15.30%	18.15%

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Ekonomik karar alıcılar için zaman ve değer ilişkisinin iyi anlaşılabilmesi açısından, getiri oranları ve vade arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışan getiri eğrisi modelleri son derece önem taşımaktadır. Getiri eğrisi çalışmalarının önemli bir alt sınıfını oluşturan tutumlu parametrik modeller sahip oldukları önemli özellikler itibarıyla piyasa uygulamacıları ve özellikle merkez bankaları tarafından sıklıkla kullanılan araçlardır.

Bu çalışmada, getiri eğrisi modellemesinde kullanılan önemli tutumlu parametrik yöntemlerden Diebold ve Li (2006) tarafından geliştirilen Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS), Almeida ve diğerleri (2007) tarafından önerilen Dinamik Nelson-Siegel Svensson Modeli (DNSS), Nyholm (2015) tarafından ortaya konulan Dönüştürülmüş Dinamik Nelson-Siegel Modeli (RDNS) ve Diebold ve diğerleri (2006) tarafından geliştirilmiş Makro Değişkenli Dinamik Nelson-Siegel Modeli (DNS+M)'nin, Türkiye devlet iç borçlanma senetlerinin getiri eğrisini tahmin etme ve öngörme performansları karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir.

Modellerin tahmin ve öngörü performansları ortalama hata ölçütlerine göre karşılaştırıldığında, örneklem içi tahmin (eğri uydurma) performansı genel olarak tüm vadelerde en iyi olan modelin DNSS olduğu görülmektedir. İkinci bir eğrilik faktörü ve buna bağlı olarak ikinci bir zaman bozunma katsayısı içeren DNSS Modeli'nin fazla parametrelili model yapısının, örneklem içi tahmin performansının artmasında etkili olduğu değerlendirilmektedir.

Modellerin örneklem dışı öngörü performanslarına bakıldığında, 1 günlük öngörü ufkunda öngörü performansı en yüksek modelin yine DNSS olduğu, ancak 1 hafta ve 1 aylık daha uzun öngörü ufuklarında DNSS'in

performansının DNS ve RDNS'in gerisinde kaldığı bulgusuna ulaşılmıştır. Söz konusu durumun temel nedeninin, DNSS'in örneklem içi tahmin performansını arttıran fazla parametrelili model yapısının "aşırı eğri uyumu"na neden olması ve buna bağlı olarak örneklem dışı öngörü performansına özellikle uzun öngörü ufuklarında zarar vermesi olduğu düşünülmektedir.

Çalışmada elde edilen bir diğer önemli sonuç, RDNS Modeli'nin özellikle kısa vadelerde iyi performans gösterdiğine ilişkin bulgudur. RDNS Modeli'nin kısa vadelerde daha başarılı olmasının temel nedeninin, RDNS Modeli'nin kısa vade faiz oranını doğrudan model faktörü olarak kullanmasına bağlı olarak kısa vadelerde ortaya çıkan görece öngörü üstünlüğü olduğu değerlendirilmektedir. Ayrıca faiz oranı oynaklığının kısa vadelerde uzun vadelere kıyasla daha yüksek olmasının doğal sonucu olarak, kısa vadeli faiz oranı öngörülerinde daha sık uç değerlerde öngörü hatası yaşanmasının, model yapısı itibarıyla kısa vadelerde daha başarılı olan RDNS Modeli'nin öne çıkmasına neden olduğu sonucuna varılmaktadır.

Son olarak, seviye, eğim ve eğrilik faktörlerinin yanı sıra enflasyon ve kapasite kullanım oranının dışsal değişkenler olarak kullanıldığı DNS+M Modeli'nin tüm tahmin ve öngörü sonuçlarına göre en başarısız model olduğu görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında, getiri eğrisi faktörlerinin getiri oranlarındaki değişimi hali hazırda büyük oranda açıklaması ve bu nedenle makroekonomik değişkenlerin modelin toplam açıklayıcılığına katkı sağlayamamasıyla birlikte tahmin edilmesi gereken parametre sayısının artmasının etkili olduğu değerlendirilmektedir.

Bu çalışma, kısa vadeli faiz oranını doğrudan faktör olarak ele alan model yapısıyla özellikle para politikası alanındaki çalışmalara uygun bir model çerçevesi sunan RDNS Modeli'nin ve makroekonomik değişkenler içeren DNS+M Modeli'nin Türkiye örneği için kullanıldığı ilk araştırma olma özelliği taşımaktadır. Öte yandan, geniş bir model setinin örneklem içi tahmin ve örneklem dışı öngörü performansları, geniş bir tarih aralığında ve dinamik şekilde Türkiye örneği için ilk kez analiz edilmiştir. Ayrıca çalışma kapsamında "Getiri Eğrisi Modelleme (GEM)" adında özgün bir yazılım programı geliştirilmiştir.

Bununla birlikte, RDNS Modeli'nin kısa vadeli faiz oranlarını doğrudan faktör olarak ele alan parametre yapısı, özellikle Taylor Kuralı benzeri bir yapıda makroekonomik değişkenlerin modele dahil edilebilmesine ve para politikası alanındaki analizlerde kısa vadeli faiz oranları üzerinden simülasyon ve senaryo çalışmaları yapılabilmesine imkân sağlamaktadır. Çalışmada, RDNS Modeli'nin söz konusu uygulamalarına yer verilmemiştir. Ayrıca literatürde, makroekonomik değişkenlerin modelde içsel değişken olarak yer aldığı ve getiri eğrisi faktörleri ile karşılıklı etkileşimlerinin incelendiği çalışmalar bulunmaktadır. Çalışmada dışsal faktör olarak incelenen makroekonomik değişkenlerin getiri eğrisi tahmini ve öngörüsüne katkı sağlamadığına ilişkin bulgulara rağmen, makroekonomik faktörlerin getiri eğrisi faktörleriyle karşılıklı etkileşiminin incelenmesinin ilave katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu kapsamda, RDNS Modeli'nin sağladığı kısa vadeli faiz oranını doğrudan ele alan model yapısından faydalanılarak yapılacak simülasyon ve senaryo çalışmalarının yanı sıra, makroekonomik değişkenlerin getiri eğrisi faktörleri ile karşılıklı etkileşimini inceleyecek ileriki çalışmaların getiri eğrisi dinamiklerinin daha iyi anlaşılabilmesine katkı sağlayacağı değerlendirilmektedir.

KAYNAKÇA

- Ahi (2016). Robust Estimation of Term Structure of Interest Rates and Implied Volatility in Emerging Markets. Doktora Tezi, Özyeğin Üniversitesi, İstanbul.
- Akıncı, Ö., Gürcihan, B., Gürkaynak, R. ve Özel, Ö. (2006). "Devlet İç Borçlanma Senetleri İçin Getiri Eğrisi Tahmini". Erişim: 22 Ağustos 2022, Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü Çalışma Tebliği No:06/08. <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/EN/TCMB+EN/Main+Menu/Publications/Research/Working+Papers/2006/06-08>.
- Almeida, C., Gomes, R. Leite, A. ve Vicente, J. (2007). "Does Curvature Enhance Forecasting". Erişim: 29 Ağustos 2022, Banco Central Do Brasil Working Paper Series 155. <https://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps155.pdf>
- Alper, C., Akdemir, A. ve Kazimov, K. (2004). "Estimating the Term Structure of Government Securities in Turkey". Erişim 5 Ağustos 2022, Boğaziçi Üniversitesi Çalışma Tebliği No:06/08. 2004/03. http://ideas.econ.boun.edu.tr/content/wp/ISS_EC_04_03.pdf
- Ang, A. ve Piazzesi, M (2003). A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables. *Journal of Monetary Economics*, 50, 745-787. Erişim: 7 Eylül 2022, <https://web.stanford.edu/~piazzesi/AP.pdf>.
- Artam, H. (2006). Term Structure of Government Bond Yields: A Macro-Finance Approach. Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Baki, İ. (2006). Yield Curve Estimation by Spline-Based Methods. Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Black, F. ve Karasinski, P. (1991). Bond and Option Pricing When Short Rates Are Lognormal. *Financial Analysts Journal*, 47, 52-59. Erişim: 17 Temmuz 2022, https://www.jstor.org/stable/4479456#metadata_info_tab_contents.
- Borçlanma Araçları Piyasası'nın BISTECH Sistemine Geçiş ile Birlikte Sistemin Genel İşleyişi, Devreye Alınacak Uygulama Değişiklikleri ve Yeni Uygulamalar. (2017). Erişim: 14 Ağustos 2022, Borsa İstanbul. <https://www.borsaistanbul.com/files/bistech-faz-2-gecisi-bap-degisiklikleri.pdf>.

- Brigo D. ve Mercurio F. (1998). "On Deterministic Shift Extensions of Short-Rate Models". Banca IMI Internal Report.
- Brigo D. ve Mercurio F. (2006). Interest Rate Models-Theory and Practice. Springer Finance.
- Cambridge Dictionary. (24.10.2022) Erişim: 10.09.2022, Cambridge University Press, <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/interest-rate>.
- Christensen, J.H.E., Diebold, F.X. ve Rudebusch, G.D. (2011). The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models. *Journal of Econometrics*, 164, 4-20. Erişim: 10 Eylül 2022, <https://www.sas.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper78/cdr.pdf>.
- Christensen, J.H.E., Diebold, F.X. ve Rudebusch, G.D. (2009). An Arbitrage-Free Generalized Nelson-Siegel Term Structure Model. *The Econometrics Journal*, 12, 33-64. Erişim: 10 Eylül 2022, <https://www.sas.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper80/CDR2.pdf>.
- Cox, J.C, Ingersoll, J.E. ve Ross, S.A. (1985). A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, 53, 2. Erişim: 12 Eylül 2022, https://pages.stern.nyu.edu/~dbackus/BCZ/discrete_time/CIR_Econometrica_85.pdf.
- Diebold, F.X., Li, C. ve Yue, V. (2008). Global Yield Curve Dynamics and Interactions: A Generalized Nelson-Siegel Approach. *Journal of Econometrics*, 146, 351-363. Erişim: 16 Eylül 2022, <https://www.sas.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper74/dly.pdf>.
- Diebold, F.X., Rudebusch, G.D. ve Aruoba, B. (2006). The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach. *Journal of Econometrics*, 131, 309-338. Erişim: 16 Eylül 2022, <http://www.ssc.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper55/DRAfinal.pdf>.
- Diebold, F.X. ve Li, C. (2006). Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields. *Journal of Econometrics*, 130, 337-364. Erişim: 16 Eylül 2022, <https://www.sas.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper49/Diebold-Li.pdf>.
- Dothan, L.U. (1978). On the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Financial Economics*, 6, 1, 59-69. Erişim: 12 Eylül 2022, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X7890020X>.
- Euro Area Yield Curves. (24.10.2022) Erişim: 10.09.2022, European Central Bank, https://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_area_yield_curves/html/index.en.html
- Federal Reserve. (24.10.2022) Erişim: 10.09.2022, Board of Governors of the Federal Reserve System, <https://www.federalreserve.gov/data/nominal-yield-curve.htm>

- Fisher, M., Nychka, D. ve Zervos, D. (1995). "Fitting the term structure of interest rates with smoothing splines". Erişim: 2 Ağustos 2022, Federal Reserve Board Finance and Economics Discussion Series 95-1. <http://www.markfisher.net/~mefisher/papers/yc.pdf>
- Gurkaynak, R.S., Sack, B. ve Wright, J. H. (2006). "The U.S. Treasury Yield Curve: 1961 to the Present". Erişim: 2 Ağustos 2022, Federal Reserve Board Finance and Economics Discussion Series 2006-28. <https://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2006/200628/200628abs.html>
- Heath, D., Jarrow, R. ve Morton, A. (1992). Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation. *Econometrica*, 60, 1, 77-105. Erişim: 15 Eylul 2022, https://www.jstor.org/stable/2951677#metadata_info_tab_contents.
- Ho, T.S.Y. ve Lee, S. (1985). Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims. *The Journal of Finance*, 41, 5, 1011-1029. Erişim: 16 Eylul 2022, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1986.tb02528.x>.
- Jamshidian, F. ve Zhu, Y. (1997). Scenario Simulation: Theory and Methodology. *Finance and Stochastics*, 1, 43-67. Erişim: 16 Eylul 2022, <http://www.each.usp.br/rvicente/risco/jamshidian.pdf>.
- Littermann, R.B. ve Scheinkman, J. (1991). Common Factors Affecting Bond Returns. *Journal of Econometrics*, 130, 337-364. Erişim: 13 Eylul 2022, <https://jfi.pm-research.com/content/1/1/54>.
- McCulloch, J.H. (1971). Measuring the Term Structure of Interest Rates. *The Journal of Business*, 44, 1, 19-31. Erişim: 15 Eylul 2022, https://www.jstor.org/stable/2351832#metadata_info_tab_contents.
- Merriam-Webster Dictionary. (24.10.2022) Erişim: 10.09.2022, Merriam-Webster, <https://www.merriam-webster.com/dictionary/interesse>.
- Meucci, A. (2011). 'P' Versus 'Q': Differences and Commonalities between the Two Areas of Quantitative Finance. *GARP Risk Professional*, 47-50. Erişim: 28 Haziran 2022, https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1717163.
- Nelson, C.R. ve Siegel, A.F. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, 60, 4, 473-489. Erişim: 2 Temmuz 2022, https://www.jstor.org/stable/2352957#metadata_info_tab_contents.
- Nyholm, K. (2015). "A Rotated Dynamic Nelson-Siegel Model with Macro-Financial Applications". Erişim: 20 Temmuz 2022, European Central Bank Working Paper Series 2015-1851. <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp1851.en.pdf?b6ca25aebb5f34b24c366037054f59bd>

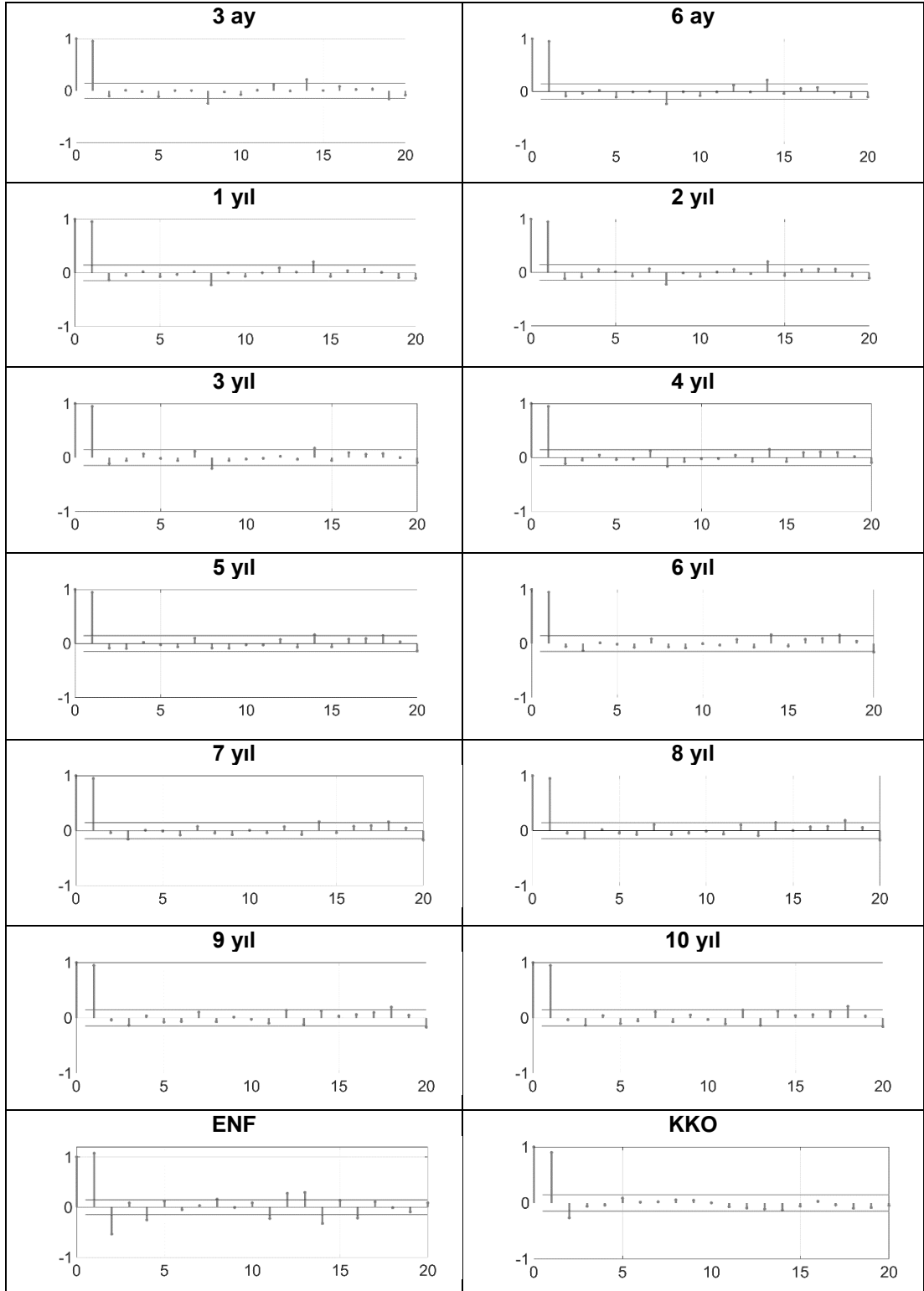
- Nyholm, K. (2018). A Flexible Short-Rate Based Four Factor Arbitrage-Free Term Structure Model with an Explicit Monetary Policy Rule. Erişim: 15 Haziran 2022, European Central Bank. https://ken-nyholm.com/Papers/FourFactor_February2018.pdf.
- Nyholm, K. (2019). A Practitioner's Guide to Discrete-Time Yield Curve Modelling. Erişim: 15 Haziran 2022, European Central Bank. https://ken-nyholm.com/Matlab/ElementsBookToWebside/A_Practitioners_Guide_to_Yield_Curve_Modelling_30_June_2019.pdf.
- Nymand-Andersen, P. (2018). "Yield Curve Modelling and a Conceptual Framework for Estimating Yield Curves: Evidence from the European Central Bank's Yield Curves". Erişim: 14.09.2022, European Central Bank Statistics Paper Series 27, <https://www.ecb.europa.eu/pub/research/authors/profiles/per-nymand-andersen.en.html>
- Svensson, L.E.O. (1994). "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994". Erişim: 4 Temmuz 2022, NBER Working Paper Series 4871, https://www.nber.org/system/files/working_papers/w4871.pdf.
- TDK Güncel Sözlük. (24.10.2022) Erişim: 10.09.2022, Türk Dil Kurumu, <https://sozluk.gov.tr/>.
- Tuckman B. ve Serrat A. (2011). Fixed Income Securities. Wiley Finance.
- Tüysüzoğlu, U. (2013). Türkiye Devlet İç Borçlanma Senetleri Getiri Eğrilerinin Geliştirilmiş Dinamik Nelson-Siegel ve Zaman Serisi Modelleri ile Öngörü Performanslarının Karşılaştırılması. Uzmanlık Yeterlik Tezi. Ankara: Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası.
- Vasicek, O. (1977). An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics*, 5, 177-188. Erişim: 28 Ağustos 2022, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X77900162>.
- Waggoner, D.F. (1997). "Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices". Erişim: 18 Temmuz 2022, Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper 97-10, <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/100789/1/wp1997-10.pdf>.
- White, A.D. ve Hull, J. (1990). Pricing Interest-Rate-Derivative Securities. *Review of Financial Studies*, 3, 4, 573-92. Erişim: 16 Temmuz 2022, https://www.researchgate.net/publication/5217241_Pricing_Interest-Rate-Derivative_Securities.
- Wickens, M. (2021). Forward Interest Rates as Predictors of Future US Spot Rates Before and After the 2008 Financial Crisis. *Open Economies Review*, 33, 391-406. Erişim: 16 Eylül 2022, <https://link.springer.com/article/10.1007/s11079-021-09637-3>.

Yoldaş, E. (2002). Empirical Assessment of Term Structure Estimation Methods: An Application on Turkish Bond Market. Marmara University Department of Economics, 33, 391-406. Erişim: 2 Eylül 2022, <https://www.semanticscholar.org/paper/Empirical-Assessment-of-Term-Structure-Estimation-%3A-Yolda/851fccaa823c15a60aa9d38e0352ae860f452a34>.

Zellner, A. (1992). Bayesian and Non-Bayesian Estimation using Balanced Loss Functions. California Irvine - School of Social Sciences Papers 92-20. Erişim: 11 Temmuz 2022, https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4612-2618-5_28.

EKLER

Değişkenlerin Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları



MATLAB Kodları – Getiri Eğrisi Modelleme Programı

```

% 1. ANA VERİNİN HAZIRLANMASI, YÜKLENMESİ VE ANALİZ-ÖNGÖRÜ VERİSİNİN
AYIRILMASI
% Ana_Veri dosyasından gerekli veriyi alacak anahtar kelimelerin hazırlanması
app.Currency = app.ParaBiriminiSeinizDropDown.Value; str1 = app.Currency; str2 = "_Y";
str3 = "_CPI"; str4 = "_CU";
yield_sheet_name = append(str1,str2); inflation_sheet_name = append(str1,str3);
capacity_sheet_name = append(str1,str4);
% Ana_Veri dosyasından ilgili getiri oranı, enflasyon ve KKO verisinin yüklenmesi
file_name = "\\idmsfile1\PGM\PIA\PAM\0 Kişisel\32.Agah\1_TEZ\ÇALIŞMA\3_Kodlar\Getiri
Eğrisi Modelleme Projesi\Ana_Veri(gunluk).xlsx";
% Getiri oranı verisinin zaman tablosu olarak okunması
yield_data_raw = readtable(file_name,'Sheet',yield_sheet_name,"DatetimeType","datetime",
'PreserveVariableNames',true);
% Vade bilgisinin alınması ve vade isimlerinin yüklenen veriye uygun şekilde oluşturulması
app.Maturities = double.empty(0, numel(yield_data_raw.Properties.VariableNames)-1);
app.header = string.empty(0, numel(yield_data_raw.Properties.VariableNames)-1);
for i = 1:numel(yield_data_raw.Properties.VariableNames)-1
M_or_Y = extract(regexprep(extractBefore(yield_data_raw.Properties.VariableNames(i+1), "
Index"), '\s+',
"),strlength(regexprep(extractBefore(yield_data_raw.Properties.VariableNames(i+1), "
Index"), '\s+', "")));
if M_or_Y == "M"
app.Maturities(i) =
str2double(regexprep(extractAfter(regexprep(extractBefore(yield_data_raw.Properties.Varia
bleNames(i+1), " Index"), '\s+',
"),strlength(regexprep(extractBefore(yield_data_raw.Properties.VariableNames(i+1), "
Index"), '\s+', ""))-3), '\D', ""));
elseif M_or_Y == "Y"
app.Maturities(i) =
str2double(regexprep(extractAfter(regexprep(extractBefore(yield_data_raw.Properties.Varia
bleNames(i+1), " Index"), '\s+',
"),strlength(regexprep(extractBefore(yield_data_raw.Properties.VariableNames(i+1), "
Index"), '\s+', ""))-3), '\D', ""))*12;
end
app.header(i) = strcat('Y-', num2str(app.Maturities(i)), 'M');
end
yield_data_raw.Properties.VariableNames = ["Tarih" app.header]; % Getiri verisi sütun
başlıkları
yield_data_raw = rmmissing(yield_data_raw); % Eksik verinin silinmesi
yield_data_raw = table2timetable(yield_data_raw); % Getiri verisinin zaman tablosuna
dönüştürülmesi
if (days(mean(diff(yield_data_raw.Properties.RowTimes))) > 31) == 1 % Aylık frekansta
olmayan veri için enterpolasyon ile aylık veri oluşturulması
yield_data_raw = retime(yield_data_raw, "daily", "spline");
end
% Tarih formatının belirlenmesi
yield_data_raw.Tarih = datetime(yield_data_raw.Tarih,'InputFormat','dd-mmm-
yyyy','Format','dd-MM-yy');
yield_data = yield_data_raw;

% Enflasyon verisinin zaman tablosu olarak okunması
inflation_data_raw =
readtimetable(file_name,'Sheet',inflation_sheet_name,"DatetimeType","datetime",'PreserveV
ariableNames',true);
inflation_data_raw.Properties.VariableNames = "ENF";

```

```

inflation_data_raw = rmmissing(inflation_data_raw);
if (mean(diff(inflation_data_raw.Properties.RowTimes)) > 24) == 1
inflation_data_raw = retime(inflation_data_raw, "daily", "spline");
end
% Tarih formatının belirlenmesi
inflation_data_raw.Time = datetime(inflation_data_raw.Time, 'InputFormat', "dd-mmm-
yyyy", 'Format', "dd-MM-yy");
inflation_data = inflation_data_raw;

% KKO verisinin zaman tablosu olarak okunması
capacity_data_raw =
readtimetable(file_name, 'Sheet', capacity_sheet_name, "DatetimeType", "datetime",
'PreserveVariableNames', true);
capacity_data_raw.Properties.VariableNames = "KKO";
capacity_data_raw = rmmissing(capacity_data_raw);
if (mean(diff(capacity_data_raw.Properties.RowTimes)) > 24) == 1
capacity_data_raw = retime(capacity_data_raw, "daily", "spline");
end
% Tarih formatının belirlenmesi
capacity_data_raw.Time = datetime(capacity_data_raw.Time, 'InputFormat', "dd-mmm-
yyyy", 'Format', "dd-MM-yy");
% KKO verisinin normalize edilmesi
capacity_data_raw(:, "KKO") = normalize(capacity_data_raw(:, "KKO"), "scale");
capacity_data = capacity_data_raw;

% Getiri Oranı, Enflasyon ve KKO verisinin birleştirilmesi
Comb_D1 = synchronize(yield_data, inflation_data, 'union', "fillwithmissing"); Comb =
synchronize(Comb_D1, capacity_data, 'union', "fillwithmissing");
Comb = rmmissing(Comb); Comb = timetable2table(Comb, 'ConvertRowTimes', true);
Comb.Tarih = datetime(Comb.Tarih); format shortG;
% Tüm veri seti
app.Start_Date = Comb.Tarih(1); app.End_Date = Comb.Tarih(end);
idx = ((Comb.Tarih >= app.Start_Date) & (Comb.Tarih <= app.End_Date));
Filtered_Comb = Comb(idx,:); app.Main_Data = Filtered_Comb; % Ana Veri
tablosunun oluşturulması
app.Maturities = app.Maturities'; % Vadeler değişkeninin
oluşturulması
app.Dates = table2array(app.Main_Data(:,1)); % Tarihler değişkeninin
oluşturulması
app.Yields = table2array(app.Main_Data(:,2:end-2)); % Getiri değişkeninin
oluşturulması
app.Macros = table2array(app.Main_Data(:,end-1:end)); % Makro değişkeninin
oluşturulması
app.Yields_Macros = table2array(app.Main_Data(:,2:end)); %
Getiri+Makroekonomik değişkenlerin oluşturulması

% Seçilen Analiz (Örneklem İçi) ve Öngörü (Örneklem Dışı) tarih aralığına göre
verinin ayrılması
% Örneklem İçi (Analiz) - Filtreleme ve analiz dönemi verisinin oluşturulması
app.Analysis_Start_Date = datetime(app.AnalizBaslangic.Value, "InputFormat", "dd-
MM-yy");
app.Analysis_End_Date = datetime(app.AnalizBitis.Value, "InputFormat", "dd-MM-
yy");
idx_Analysis = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Analysis_Start_Date) &
(app.Main_Data.Tarih <= app.Analysis_End_Date));
app.Analysis_Main_Data = app.Main_Data(idx_Analysis,:);
app.Analysis_Yields = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,2:end-2));
app.Analysis_Macros = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,end-1:end));
app.Analysis_Yields_Macros = [app.Analysis_Yields, app.Analysis_Macros];
app.Analysis_Dates = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,1));

```

```

% Öngörü için tahmin ufkunun belirlenmesi
app.fh = app.Ongoru_Ufku.Value;

% Örneklem Dışı (Öngörü) - Filtreleme ve öngörü dönemi verisinin oluşturulması
app.Prediction_Start_Date =
datetime(addtodate(datetime(app.Analysis_End_Date),1,'day'), 'ConvertFrom',
'datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Prediction_End_Date =
datetime(addtodate(datetime(app.Prediction_Start_Date),app.fh-1,'day'), 'ConvertFrom',
'datenum','Format','dd-MM-yy');
app.OngoruBaslangic.Value = app.Prediction_Start_Date;
app.OngoruBitis.Value = app.Prediction_End_Date;
idx_Prediction = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Prediction_Start_Date) &
(app.Main_Data.Tarih <= app.Prediction_End_Date));
app.Prediction_Main_Data = app.Main_Data(idx_Prediction,:);
app.Prediction_Yields = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,2:end-2));
app.Prediction_Macros = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,end-1:end));
app.Prediction_Dates = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,1));

app.Dates_Remained = app.Dates(numel(app.Analysis_Dates)+1:end,:);

% Oluşturulan veri setlerinin çalışma alanına kaydedilmesi
assignin("base","Main_Data", app.Main_Data);
assignin("base","Analysis_Main_Data", app.Analysis_Main_Data);
assignin("base","Prediction_Main_Data", app.Prediction_Main_Data);
assignin("base","Maturities",app.Maturities);
assignin("base","Dates", app.Dates);
assignin("base","Dates_Remained", app.Dates_Remained);
assignin("base","Analysis_Dates", app.Analysis_Dates);
assignin("base","Prediction_Dates", app.Prediction_Dates);
assignin("base","Yields", app.Yields);
assignin("base","Analysis_Yields", app.Analysis_Yields);
assignin("base","Prediction_Yields", app.Prediction_Yields);
assignin("base","Macros", app.Macros);
assignin("base","Analysis_Macros", app.Analysis_Macros);
assignin("base","Prediction_Macros", app.Prediction_Macros);
assignin("base","Yields_Macros", app.Yields_Macros);
assignin("base","Analysis_Yields_Macros", app.Analysis_Yields_Macros);
assignin("base","Prediction_Yields_Macros", app.Prediction_Yields_Macros);
% 2. SEÇİLEN MODELİN ÇALIŞTIRILMASI

```

% MODEL İÇİN BAŞLANGIÇ AYARLARIN BELİRLENMESİ

```

% Model amacının belirlenmesi
app.Model_Objective = app.ModelAmacDropDown.Value;
% Model tercihinin belirlenmesi ve faktör sayısının tespit edilmesi
app.Model_Name = app.GetiriErisiModeliDropDown.Value;
if strfind(app.Model_Name,"3") == 1
app.Number_of_Factors = 3;
elseif strfind(app.Model_Name,"4") == 1
app.Number_of_Factors = 4;
elseif strfind(app.Model_Name,"5") == 1
app.Number_of_Factors = 5;
elseif strfind(app.Model_Name,"6") == 1
app.Number_of_Factors = 6;
end
% Makro değişken sayısının belirlenmesi
app.Number_of_Macros = size(app.Macros,2);
% Seçilen zaman serisi modeli ve gecikme derecesine göre modelin kurulması

```

```

derece = app.Derece.Value;
TS_Mdl = varm(app.Number_of_Factors, derece);
% Zaman bozunma katsayısı değerlerinin belirlenmesi
app.lambda_1 = app.lambda1.Value; app.lambda_2 = app.lambda2.Value;
% RDNS Modeli için kısa vade kabulünün belirlenmesi
app.Short_Term = app.Kisa_Vade.Value;
% % MC Simülasyonu için simülasyon sayısının belirlenmesi
% app.Num_of_Paths = app.NumofSims.Value;
%-----
% DURUM-UZAY MODELİ (SSM) İÇİN PARAMETRE EŞLEŞTİRME (MAPPING)
FONKSİYONU
function [A,B,C,D,Mean0,Cov0,stateType,deflatedYield] = Param_Map(param, yield,
maturity)
% Param parametresinden zaman bozunma katsayılarının alınması ve Faktör Yükü/Gözlem
Hassasiyeti Matrisinin (C) oluşturulması
app.lambda_1 = param(end-1);
app.lambda_2 = param(end);
if ((app.Number_of_Factors == 3) && (app.Model_Name == "3F-DNS"))
C = [ones(size(maturity)) (1 - exp(-app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity) ((1-
exp(-app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity)-exp(-app.lambda_1*maturity))];
elseif ((app.Number_of_Factors == 4) && (app.Model_Name == "4F-DNSS"))
C = [ones(size(maturity)) (1 - exp(-app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity) ((1-
exp(-app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity)-exp(-app.lambda_1*maturity)) ((1-
exp(-app.lambda_2*maturity))./(app.lambda_2*maturity)-exp(-app.lambda_2*maturity))];
elseif ((app.Number_of_Factors == 3) && (app.Model_Name == "3F-RDNS"))
H = [ones(size(maturity)) (1 - exp(-app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity) ((1-
exp(-app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity)-exp(-app.lambda_1*maturity))];
Rot_M = [1 ((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))
(((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term));
0 -((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term)) -(((1-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term));
0 1-(((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term)) 1-(((1-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term))];
C = H/Rot_M;
end
% Param parametresinden A, B ve D Matrislerinin alınması
% A Matrisi (Durum Geçiş)
A = zeros(app.Number_of_Factors);
% Değer limitlerinin uygulanması
A_raw = param(1:app.Number_of_Factors^2);
for k=1:numel(A_raw)
if A_raw(k)>1
A_raw(k)=1;
elseif A_raw(k)<-1
A_raw(k)=-1;
end
end
A(:) = A_raw;
% B Matrisi (Durum Değişkenleri Dağılıma Yükü)
numelB = app.Number_of_Factors*(app.Number_of_Factors+1)/2; % Matris için eleman
sayısı
mask = tril(true(app.Number_of_Factors)); % Alt üçgen matris için filtre
B = zeros(app.Number_of_Factors); % Boş B Matrisi
B(mask) = param((app.Number_of_Factors^2 + 1):(app.Number_of_Factors^2 + numelB));
% B Matrisinin yerleştirilmesi
% D Matrisi (Gözlem Yenilenme)
iOffset = numel(A) + numelB; % Paramın içinde D nin başlangıç endeksi

```

```

D = diag(param((iOffset + 1):(iOffset + numel(app.Maturities)))); % D Matrisinin
yerleştirilmesi
% Gerekli bazı yer tutucu değişkenler
Mean0 = []; Cov0 = []; stateType = [];
% Faktör ortalamalarının hesaplanması ve Girdi Getiri verisinin ort. düzeltilmesi
intercept = C * param((iOffset + numel(app.Maturities) + 1):(end - 2));
deflatedYield = bsxfun(@minus, yield, intercept');
end
% MAKROLU MODEL DURUM-UZAY MODELİ (SSM) İÇİN PARAMETRE EŞLEŞTİRME
(MAPPING) FONKSİYONU
function [A,B,C,D,Mean0,Cov0,stateType,deflatedData] = Param_Map_Macro(param, yield,
macro, maturity)
% Param parametresinden zaman bozunma katsayılarının alınması ve Faktör Yüğü/Gözlem
Hassasiyeti Matrisinin (C) oluşturulması
app.lambda_1 = param(end-1);
app.lambda_2 = param(end);
numMaturities = size(yield,2); numMacro = size(macro,2);
if ((app.Number_of_Factors == 5) && (app.Model_Name == "5F-DNS+M"))
loadings = [ones(numMaturities,1), (1 - exp(-
app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity), ((1-exp(-
app.lambda_1*maturity))./(app.lambda_1*maturity)-exp(-app.lambda_1*maturity))];
C = blkdiag(loadings, eye(numMacro));
else
end
mask = true(app.Number_of_Factors);
mask(((app.Number_of_Factors - app.Number_of_Macros)+1):end,
(1:app.Number_of_Factors)) = false;
% Param parametresinden A, B ve D Matrislerinin alınması
% A Matrisi (Durum Geçiş)
A = zeros(app.Number_of_Factors);
A(mask) = param(1:sum(mask(:)));
iOffset = sum(mask(:));
% B Matrisi (Durum Değişkenleri Dağılıma Yüğü)
B = diag(param((iOffset + 1):(iOffset + app.Number_of_Factors)));

iOffset = iOffset + app.Number_of_Factors; % Paramın içinde D nin başlangıç endeksi
% D Matrisi (Gözlem Yenilenme)
stdev = param((iOffset + 1) : (iOffset + numMaturities));
D = [diag(stdev); zeros(numMacro, numMaturities)]; % D Matrisinin yerleştirilmesi
iOffset = iOffset + numMaturities;
% Ortalama Değerleri ve ortalama düzeltilmesi
mu = param((iOffset + 1) : (iOffset + app.Number_of_Factors));
deflatedData = [yield, macro] - (C*mu)';
% Gerekli bazı yer tutucu değişkenler
Mean0 = []; Cov0 = []; stateType = [];
end
%-----
% GETİRİ EĞRİSİ MODELLERİ
% Seçilen modele uygun olarak başlangıç parametrelerinin oluşturulması ve
% parametreler için başlangıç değerlerinin 2 adımlı tahmin ile belirlenmesi

%-----
% "3F-DNS" MODELİ %
if app.Model_Name == "3F-DNS"
Factor_Loadings = [ones(size(app.Maturities)) (1 - exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities) ((1-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities)-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))];
Factors = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),app.Number_of_Factors);
Residuals = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),numel(app.Maturities));

```

```

for i = 1:size(app.Analysis_Yields,1)
EstMdlOLS = fitlm(Factor_Loadings, app.Analysis_Yields(i,:), "Intercept", false);
Factors(i,:) = EstMdlOLS.Coefficients.Estimate';
Residuals(i,:) = EstMdlOLS.Residuals.Raw';
end
% Modelin tahmin edilmesi
Est_Model = estimate(TS_Mdl, Factors);
assignin("base", "Est_Model", Est_Model);
assignin("base", "Factors", Factors);
% SSM Modeli için başlangıç parametrelerinin hazırlanması
% Başlangıç Durum Geçiş Matrisi (A)
A0 = Est_Model.AR{1};
% Değer limitlerinin uygulanması
for n=1:numel(A0)
if A0(n)>1
A0(n)=1;
elseif A0(n)<-1
A0(n)=-1;
end
end
A0 = A0(:);
% Başlangıç Durum Değişkenleri Dağılımı Yükü Matrisi (B)
Q0 = Est_Model.Covariance; % Faktörler arası kovaryans matrisi
Q0 = (Q0+Q0')/2; % Simetri kontrolü
B_Diag = diag(sqrt(diag(Q0)),0); % Std. sapmaları al
mask = tril(true(app.Number_of_Factors)); % Matris filtresi
B0 = B_Diag(mask); % Param fonk. için uygun formata getir
% Başlangıç Gözlem Yenilenme Matrisi (D)
H0 = cov(Residuals);
H0 = (H0+H0')/2; % Simetri kontrolü
D0 = sqrt(diag(H0));
% Faktör ortalamaları
mu0 = mean(Factors)';
% SSM' girdi olacak parametre vektörünün oluşturulması
param0 = [A0; B0; D0; mu0; app.lambda_1; app.lambda_2];
end
%-----
% "4F-DNSS" MODELİ %
if app.Model_Name == "4F-DNSS"
Factor_Loadings = [ones(size(app.Maturities)) (1 - exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities) ((1-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities)-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities)) ((1-exp(-
app.lambda_2*app.Maturities))./(app.lambda_2*app.Maturities)-exp(-
app.lambda_2*app.Maturities))];
Factors = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),app.Number_of_Factors);
Residuals = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),numel(app.Maturities));
for i = 1:size(app.Analysis_Yields,1)
EstMdlOLS = fitlm(Factor_Loadings, app.Analysis_Yields(i,:), "Intercept", false);
Factors(i,:) = EstMdlOLS.Coefficients.Estimate';
Residuals(i,:) = EstMdlOLS.Residuals.Raw';
end
% Modelin tahmin edilmesi
Est_Model = estimate(TS_Mdl, Factors);
assignin("base", "Est_Model", Est_Model);
% SSM Modeli için başlangıç parametrelerinin hazırlanması
% Başlangıç Durum Geçiş Matrisi (A)
A0 = Est_Model.AR{1};
% Değer limitlerinin uygulanması
for n=1:numel(A0)

```

```

if A0(n)>1
A0(n)=1;
elseif A0(n)<-1
A0(n)=-1;
end
end
A0 = A0(:);
% Başlangıç Durum Değişkenleri Dağılıma Yükü Matrisi (B)
Q0 = Est_Model.Covariance;
Q0 = (Q0+Q0')/2; % Simetri kontrolü
B_Diag = diag(sqrt(diag(Q0)),0);
mask = tril(true(app.Number_of_Factors));
B0 = B_Diag(mask);
% Başlangıç Gözlem Yenilenme Matrisi (D)
H0 = cov(Residuals);
H0 = (H0+H0')/2; % Simetri kontrolü
D0 = sqrt(diag(H0));
% Faktör ortalamaları
mu0 = mean(Factors)';
% SSM' girdi olacak parametre vektörünün oluşturulması
param0 = [A0; B0; D0; mu0; app.lambda_1; app.lambda_2];
end
%-----
% "3F-RDNS" MODELİ %
if app.Model_Name == "3F-RDNS"
% RDNS Modeli için Parametre Dönüştürme Matrisinin oluşturulması
Rot_Matrix = [1 ((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))
(((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term));
0 -((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term)) -(((1-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term));
0 1-(((1-exp(-app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term)) 1-(((1-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term))./(app.lambda_1*app.Short_Term))-exp(-
app.lambda_1*app.Short_Term))];
Factor_Loadings = [ones(size(app.Maturities)) (1 - exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities) ((1-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities))-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities)];
% Dönüştürülmüş Faktör Yüklerinin Hesaplanması: Rotated_Factor_Loadings =
Factor_Loadings * inv(Rot_Matrix)
Rotated_Factor_Loadings = Factor_Loadings/Rot_Matrix;
Factors = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),app.Number_of_Factors);
Residuals = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),numel(app.Maturities));
for i = 1:size(app.Analysis_Yields,1)
EstMdlOLS = fitlm(Rotated_Factor_Loadings, app.Analysis_Yields(i,:), "Intercept",false);
Factors(i,:) = EstMdlOLS.Coefficients.Estimate';
Residuals(i,:) = EstMdlOLS.Residuals.Raw';
end
% Modelin tahmin edilmesi
Est_Model = estimate(TS_Mdl, Factors);
assignin("base", "Est_Model", Est_Model);
% SSM Modeli için başlangıç parametrelerinin hazırlanması
% Başlangıç Durum Geçiş Matrisi (A)
A0 = Est_Model.AR{1};
% Değer limitlerinin uygulanması
for n=1:numel(A0)
if A0(n)>1
A0(n)=1;
elseif A0(n)<-1

```

```

A0(n)=-1;
end
end
A0 = A0(:);
% Başlangıç Durum Değişkenleri Dağılıma Yükü Matrisi (B)
Q0 = Est_Model.Covariance;
Q0 = (Q0+Q0')/2; % Simetri kontrolü
B_Diag = diag(sqrt(diag(Q0)),0);
mask = tril(true(app.Number_of_Factors));
B0 = B_Diag(mask);
% Başlangıç Gözlem Yenilenme Matrisi (D)
H0 = cov(Residuals);
H0 = (H0+H0')/2; % Simetri kontrolü
D0 = sqrt(diag(H0));
% Faktör ortalamaları
mu0 = mean(Factors)';
% SSM' girdi olacak parametre vektörünün oluşturulması
param0 = [A0; B0; D0; mu0; app.lambda_1; app.lambda_2];
end
%-----

% "5F-DNS+M" MODELİ %
if app.Model_Name == "5F-DNS+M"

    Factor_Loadings = [ones(size(app.Maturities)) (1 - exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities) ((1-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))./(app.lambda_1*app.Maturities)-exp(-
app.lambda_1*app.Maturities))];
    Factors = zeros(size(app.Analysis_Yields,1), (app.Number_of_Factors-
app.Number_of_Macros));
    Residuals = zeros(size(app.Analysis_Yields,1),numel(app.Maturities));

    for i = 1:size(app.Analysis_Yields,1)
        EstMdlOLS = fitlm(Factor_Loadings, (app.Analysis_Yields(i,:))', 'Intercept', false);
        Factors(i,:) = EstMdlOLS.Coefficients.Estimate';
        Residuals(i,:) = EstMdlOLS.Residuals.Raw';
    end

    % Modelin tahmin edilmesi
    Est_Model = estimate(TS_Mdl, [Factors app.Analysis_Macros]);
    assignin("base", "Est_Model_Macro", Est_Model);

    % SSM Modeli için başlangıç parametrelerinin hazırlanması

    % Başlangıç Durum Geçiş Matrisi (A)
    A0 = Est_Model.AR{1};

    mask = true(app.Number_of_Factors);
    mask(((app.Number_of_Factors - app.Number_of_Macros)+1):end,
(1:app.Number_of_Factors)) = false;
    A0 = A0(mask);

    % Başlangıç Durum Değişkenleri Dağılıma Yükü Matrisi (B)
    B0 = chol(Est_Model.Covariance, 'lower');
    B0 = diag(B0);

    % Başlangıç Gözlem Yenilenme Matrisi (D)
    D0 = std(Residuals);
    D0 = D0(:);

```



```

% Faktör ortalamaları
mu0 = [mean(Factors) mean(app.Analysis_Macros, 'omitnan')];
mu0 = mu0(:);

% SSM'e girdi olacak parametre vektörünün oluşturulması
param0 = [A0; B0; D0; mu0; app.lambda_1; app.lambda_2];

end

% ANALİZİN KAYAN ZAMAN SERİSİ PENCERE ŞEKLİNDE TEKRAR EDİLMESİ

app.num_repeats = floor(split(between(app.Dates_Remained(1,1),
app.Dates_Remained(end,1), 'days'), 'days')/app.Window_Roll.Value);

app.Analiz_Bitis_Tarihleri = NaT(size(app.num_repeats,1), 1);

app.Faktor_Tahminleri_1gun = zeros(size(app.num_repeats,1),
(app.Number_of_Factors));
app.Faktor_Tahminleri_1hafta = zeros(size(app.num_repeats,1),
app.Number_of_Factors);
app.Faktor_Tahminleri_1ay = zeros(size(app.num_repeats,1), app.Number_of_Factors);

app.Getiri_Ongoruleri_1gun = zeros(size(app.num_repeats,1), 2*numel(app.Maturities));
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta = zeros(size(app.num_repeats,1),
2*numel(app.Maturities));
app.Getiri_Ongoruleri_1ay = zeros(size(app.num_repeats,1), 2*numel(app.Maturities));

app.Parametreler = zeros(size(app.num_repeats,1), numel(param0));

app.InS_RMSEs = zeros(size(app.num_repeats,1), numel(app.Maturities));
app.InS_MAEs = zeros(size(app.num_repeats,1), numel(app.Maturities));
app.InS_RRMSEs = zeros(size(app.num_repeats,1), numel(app.Maturities));
app.InS_RMAEs = zeros(size(app.num_repeats,1), numel(app.Maturities));

app.OoS_RMSFEs = zeros(size(app.num_repeats,1), 3*numel(app.Maturities));
app.OoS_MAFEs = zeros(size(app.num_repeats,1), 3*numel(app.Maturities));
app.OoS_RRMSFEs = zeros(size(app.num_repeats,1), 3*numel(app.Maturities));
app.OoS_RMAFEs = zeros(size(app.num_repeats,1), 3*numel(app.Maturities));

for repeats = 1:app.num_repeats
% MAKROLU MODEL İÇİN
if app.Model_Name == "5F-DNS+M"
% SSM Modeli'nin oluşturulması
MdlSSM = ssm(@(params)Param_Map_Macro(params, app.Analysis_Yields,
app.Analysis_Macros, app.Maturities));
% Optimizasyon ayarlarının yapılması
options = optimoptions('fminunc','MaxFunEvals',50000,'algorithm','quasi-newton', 'TolFun',
1e-8,'TolX', 1e-8,'MaxIter', 1000,'Display','off');
% SSM Modeli'nin tahmin edilmesi (Model şablonu, Getiriler, Başlangıç Değerleri,
Optimizasyon Ayarları)
[Est_SSM_Model, params, ~, logL] = estimate(MdlSSM, [app.Analysis_Yields
app.Analysis_Macros], param0, 'Display','off', 'options',options,'Univariate',true);
assignin("base","Est_SSM_Model",Est_SSM_Model);
assignin("base","Est_SSM_Parameters",params);
[A, ~, C, ~, ~, ~, ~, DeflatedData] = Param_Map_Macro(params, app.Analysis_Yields,
app.Analysis_Macros, app.Maturities);
% Pürüzsüzleştirilmiş ve ortalama düzeltilmeli faktörler
DeflatedStates = smooth(Est_SSM_Model, DeflatedData);

```

```

% lambda_1 and lambda_2 tahminlerinin başlangıç parametresi olarak kaydedilmesi
app.lambda_1 = params(end-1); app.lambda_2 = params(end);
% Durum değişkeni ortalamaları
mu = params(end-(app.Number_of_Factors)-1:end-2);
% SSM Faktör Tahminleri
Analysis_Est_States = DeflatedStates + mu;
assignin("base","Analysis_Est_States", Analysis_Est_States);
% SSM Getiri Tahminleri
Analysis_Est_Data = Analysis_Est_States*Est_SSM_Model.C';
assignin("base","Analysis_Est_Data", Analysis_Est_Data);

Analysis_Est_Yields = Analysis_Est_Data(:,1:numel(app.Maturities));
assignin("base","Analysis_Est_Yields", Analysis_Est_Yields);
%-----
% Analiz Dönemi için RMSE ve MAE istatistiğinin hesaplanması
app.InS_RMSEs(repeats,:) = sqrt(mean(((app.Analysis_Yields - Analysis_Est_Yields).^2)));
app.InS_MAEs(repeats,:) = mean(abs(app.Analysis_Yields - Analysis_Est_Yields));
app.InS_RRMSEs(repeats,:) = sqrt(mean(((app.Analysis_Yields -
Analysis_Est_Yields).^2)./(app.Analysis_Yields.^2)));
app.InS_RMAEs(repeats,:) = mean((abs(app.Analysis_Yields -
Analysis_Est_Yields))./(app.Analysis_Yields));
% 3. ÖRNEKLEM DIŞI ÖNGÖRÜ (FORECAST) -----
-----
[Predicted_Data, ~, Predicted_States, ~] = forecast(Est_SSM_Model, app.fh,
[app.Analysis_Yields app.Analysis_Macros]);
% Makrolu model için makroekonomik öngörülerin gerçekleştirmeler ile değiştirilmesi

Predicted_Yields = Predicted_Data(:,1:numel(app.Maturities));
Predicted_Factors = Predicted_States(:, 1:(app.Number_of_Factors-
app.Number_of_Macros));
% -----Faktör ve Getiri Tahminlerinin Oluşturulması
app.Faktor_Tahminleri_1gun(repeats,:) = [Predicted_Factors(1,:);
app.Prediction_Macros(1,:)];
app.Faktor_Tahminleri_1hafta(repeats,:) = [Predicted_Factors(7,:);
app.Prediction_Macros(7,:)];
app.Faktor_Tahminleri_1ay(repeats,:) = [Predicted_Factors(30,:);
app.Prediction_Macros(7,:)];
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) = Predicted_Yields(1,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24) = app.Prediction_Yields(1,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) = Predicted_Yields(7,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24) = app.Prediction_Yields(7,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats, 1:12) = Predicted_Yields(30,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24) = app.Prediction_Yields(30,:);
% Öngörü Dönemi için RMSFE ve MAFE istatistiğinin hesaplanması
app.OoS_RMSFEs(repeats,1:12) = (app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24)).^2;
app.OoS_RMSFEs(repeats,13:24) = (app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24)).^2;
app.OoS_RMSFEs(repeats,25:36) = (app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24)).^2;
app.OoS_MAFEs(repeats,1:12) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24));
app.OoS_MAFEs(repeats,13:24) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24));
app.OoS_MAFEs(repeats,25:36) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24));
app.OoS_RRMSEs(repeats,1:12) = ((app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24)).^2)./(app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24)
.^2);

```

```

app.OoS_RRMSFEs(repeats,13:24) = ((app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24)).^2)./(app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:
24).^2);
app.OoS_RRMSFEs(repeats,25:36) = ((app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24)).^2)./(app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24).^
2);
app.OoS_RMAFEs(repeats,1:12) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24))./app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24);
app.OoS_RMAFEs(repeats,13:24) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24))./app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24);
app.OoS_RMAFEs(repeats,25:36) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24))./app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24);
app.Analiz_Bitis_Tarihleri(repeats,:) = app.Analysis_End_Date;
% Analiz tarih aralığının güncellenmesi
app.Analysis_Start_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Analysis_Start_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Analysis_End_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Analysis_End_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
idx_Analysis = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Analysis_Start_Date) & (app.Main_Data.Tarih
<= app.Analysis_End_Date));
app.Analysis_Main_Data = app.Main_Data(idx_Analysis,:);
app.Analysis_Yields = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,2:end-2));
app.Analysis_Macros = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,end-1:end));
app.Analysis_Dates = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,1));
% Öngörü tarih aralığının güncellenmesi
app.Prediction_Start_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Prediction_Start_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Prediction_End_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Prediction_End_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
idx_Prediction = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Prediction_Start_Date) &
(app.Main_Data.Tarih <= app.Prediction_End_Date));
app.Prediction_Main_Data = app.Main_Data(idx_Prediction,:);
app.Prediction_Yields = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,2:end-2));
app.Prediction_Macros = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,end-1:end));
app.Prediction_Dates = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,1));

% Parametrelerinin kayıt edilmesi başlangıç parametresinin son SSM tahmini parametreleri
ile güncellenmesi
app.Parametreler(repeats,:) = params';
param0 = params;
app.Est_Yields = Analysis_Est_Yields;
app.Est_Factors = Analysis_Est_States;

% DİĞER MODELLER İÇİN
elseif ((app.Model_Name == "3F-DNS") || (app.Model_Name == "4F-DNSS") ||
(app.Model_Name == "3F-RDNS"))

% SSM Modeli'nin oluşturulması
MdlSSM = ssm(@(params)Param_Map(params,app.Analysis_Yields,app.Maturities));
% Optimizasyon ayarlarının yapılması
options = optimoptions('fminunc','MaxFunEvals',50000,'algorithm','quasi-newton','TolFun',
1e-8,'ToIX', 1e-8,'MaxIter', 1000,'Display','off');
% SSM Modeli'nin tahmin edilmesi (Model şablonu, Getiriler, Başlangıç Değerleri,
Optimizasyon Ayarları)
[Est_SSM_Model,params] = estimate(MdlSSM, app.Analysis_Yields, param0, 'Display','off',
'options',options,'Univariate',true);

```

```

assignin("base", "Est_SSM_Model", Est_SSM_Model);
assignin("base", "Est_SSM_Parameters", params);
% lambda_1 and lambda_2 tahminlerinin başlangıç parametresi olarak kaydedilmesi
app.lambda_1 = params(end-1); app.lambda_2 = params(end);
% Faktör ortalamaları
mu = params(end-(app.Number_of_Factors)-1:end-2);
% Getiri ortalamaları
intercept = Est_SSM_Model.C*mu';
% Ortalama düzeltilmeli getiriler
DeflatedYields = app.Analysis_Yields - intercept';
% Pürüssüzleştirilmiş ve ortalama düzeltilmeli faktörler
DeflatedStates = smooth(Est_SSM_Model, DeflatedYields);
% SSM Faktör Tahminleri
Analysis_Est_States = DeflatedStates + mu;
% SSM Getiri Tahminleri
Analysis_Est_Yields = Analysis_Est_States*Est_SSM_Model.C';
assignin("base", "Analysis_Est_Yields", Analysis_Est_Yields);
%-----
% Analiz Dönemi için RMSE ve MAE istatistiğinin hesaplanması
app.InS_RMSEs(repeats,:) = sqrt(mean(((app.Analysis_Yields - Analysis_Est_Yields).^2)));
app.InS_MAEs(repeats,:) = mean(abs(app.Analysis_Yields - Analysis_Est_Yields));
app.InS_RRMSEs(repeats,:) = sqrt(mean(((app.Analysis_Yields -
Analysis_Est_Yields).^2)/(app.Analysis_Yields.^2)));
app.InS_RMAEs(repeats,:) = mean((abs(app.Analysis_Yields -
Analysis_Est_Yields))/(app.Analysis_Yields));
% 3. ÖRNEKLEM DIŞI ÖNGÖRÜ (FORECAST) -----
-----
[Predicted_Yields, YMSE, Predicted_Factors, XMSE] = forecast(Est_SSM_Model, app.fh,
app.Analysis_Yields);

% -----Faktör ve Getiri Tahminlerinin Oluşturulması
app.Faktor_Tahminleri_1gun(repeats,:) = Predicted_Factors(1,:);
app.Faktor_Tahminleri_1hafta(repeats,:) = Predicted_Factors(7,:);
app.Faktor_Tahminleri_1ay(repeats,:) = Predicted_Factors(30,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) = Predicted_Yields(1,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24) = app.Prediction_Yields(1,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) = Predicted_Yields(7,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24) = app.Prediction_Yields(7,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats, 1:12) = Predicted_Yields(30,:);
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24) = app.Prediction_Yields(30,:);
% Öngörü Dönemi için RMSFE ve MAFE istatistiğinin hesaplanması
app.OoS_RMSFEs(repeats,1:12) = (app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24)).^2;
app.OoS_RMSFEs(repeats,13:24) = (app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24)).^2;
app.OoS_RMSFEs(repeats,25:36) = (app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24)).^2;
app.OoS_MAFEs(repeats,1:12) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24));
app.OoS_MAFEs(repeats,13:24) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24));
app.OoS_MAFEs(repeats,25:36) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24));
app.OoS_RRMSEs(repeats,1:12) = ((app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24)).^2)/(app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24)
.^2);
app.OoS_RRMSEs(repeats,13:24) = ((app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24)).^2)/(app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:
24).^2);

```

```

app.OoS_RRMSFEs(repeats,25:36) = ((app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24)).^2)./(app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24).^
2);
app.OoS_RMAFEs(repeats,1:12) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24))./app.Getiri_Ongoruleri_1gun(repeats,13:24);
app.OoS_RMAFEs(repeats,13:24) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24))./app.Getiri_Ongoruleri_1hafta(repeats,13:24);
app.OoS_RMAFEs(repeats,25:36) = abs(app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,1:12) -
app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24))./app.Getiri_Ongoruleri_1ay(repeats,13:24);
app.Analiz_Bitis_Tarihleri(repeats,:) = app.Analysis_End_Date;
% Analiz tarih aralığının güncellenmesi
app.Analysis_Start_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Analysis_Start_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Analysis_End_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Analysis_End_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
idx_Analysis = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Analysis_Start_Date) & (app.Main_Data.Tarih
<= app.Analysis_End_Date));
app.Analysis_Main_Data = app.Main_Data(idx_Analysis,:);
app.Analysis_Yields = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,2:end-2));
app.Analysis_Macros = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,end-1:end));
app.Analysis_Dates = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,1));
% Öngörü tarih aralığının güncellenmesi
app.Prediction_Start_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Prediction_Start_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Prediction_End_Date =
datetime(addtodate(datenum(app.Prediction_End_Date),app.Window_Roll.Value,'day'),
'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
idx_Prediction = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Prediction_Start_Date) &
(app.Main_Data.Tarih <= app.Prediction_End_Date));
app.Prediction_Main_Data = app.Main_Data(idx_Prediction,:);
app.Prediction_Yields = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,2:end-2));
app.Prediction_Macros = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,end-1:end));
app.Prediction_Dates = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,1));
% Parametrelerinin kayıt edilmesi başlangıç parametresinin son SSM tahmini parametreleri
ile güncellenmesi
app.Parametreler(repeats,:) = params';
param0 = params;
app.Est_Yields = Analysis_Est_Yields;
app.Est_Factors = Analysis_Est_States;
end
end
% Veri setinin düzeltilmesi - (Son döngüde tüm veri seti bir fazla kaydı için)
app.Analysis_Start_Date = datetime(addtodate(datenum(app.Analysis_Start_Date),-
app.Window_Roll.Value,'day'), 'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Analysis_End_Date = datetime(addtodate(datenum(app.Analysis_End_Date),-
app.Window_Roll.Value,'day'), 'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
idx_Analysis = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Analysis_Start_Date) & (app.Main_Data.Tarih
<= app.Analysis_End_Date));
app.Analysis_Main_Data = app.Main_Data(idx_Analysis,:);
app.Analysis_Yields = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,2:end-2));
app.Analysis_Macros = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,end-1:end));
app.Analysis_Yields_Macros = [app.Analysis_Yields, app.Analysis_Macros];
app.Analysis_Dates = table2array(app.Analysis_Main_Data(:,1));
app.Prediction_Start_Date = datetime(addtodate(datenum(app.Prediction_Start_Date),-
app.Window_Roll.Value,'day'), 'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');
app.Prediction_End_Date = datetime(addtodate(datenum(app.Prediction_End_Date),-
app.Window_Roll.Value,'day'), 'ConvertFrom','datenum','Format','dd-MM-yy');

```

```

idx_Prediction = ((app.Main_Data.Tarih >= app.Prediction_Start_Date) &
(app.Main_Data.Tarih <= app.Prediction_End_Date));
app.Prediction_Main_Data = app.Main_Data(idx_Prediction,:);
app.Prediction_Yields = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,2:end-2));
app.Prediction_Macros = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,end-1:end));
app.Prediction_Dates = table2array(app.Prediction_Main_Data(:,1));

assignin("base","Predicted_Yields", Predicted_Yields);
assignin("base","Predicted_Factors", Predicted_Factors);

    assignin("base","Getiri_Ongoruleri_1gun", app.Getiri_Ongoruleri_1gun);
    assignin("base","Getiri_Ongoruleri_1hafta", app.Getiri_Ongoruleri_1hafta);
    assignin("base","Getiri_Ongoruleri_1ay", app.Getiri_Ongoruleri_1ay);

    assignin("base","Faktor_Tahminleri_1gun", app.Faktor_Tahminleri_1gun);
    assignin("base","Faktor_Tahminleri_1hafta", app.Faktor_Tahminleri_1hafta);
    assignin("base","Faktor_Tahminleri_1ay", app.Faktor_Tahminleri_1ay);

    assignin("base","Parametreler", app.Parametreler);

    assignin("base","InS_RMSEs", app.InS_RMSEs);
    assignin("base","InS_MAEs", app.InS_MAEs);
    assignin("base","InS_RRMSEs", app.InS_RRMSEs);
    assignin("base","InS_RMAEs", app.InS_RMAEs);
    assignin("base","OoS_RMSFEs", app.OoS_RMSFEs);
    assignin("base","OoS_MAFEs", app.OoS_MAFEs);
    assignin("base","OoS_RRMSFEs", app.OoS_RRMSFEs);
    assignin("base","OoS_RMAFEs", app.OoS_RMAFEs);

% Güncel veri setlerinin çalışma alanına tekrar kaydedilmesi
assignin("base","Main_Data", app.Main_Data);
assignin("base","Analysis_Main_Data", app.Analysis_Main_Data);
assignin("base","Prediction_Main_Data", app.Prediction_Main_Data);
assignin("base","Maturities",app.Maturities);
assignin("base","Dates", app.Dates);
assignin("base","Analysis_Dates", app.Analysis_Dates);
assignin("base","Prediction_Dates", app.Prediction_Dates);
assignin("base","Yields", app.Yields);
assignin("base","Analysis_Yields", app.Analysis_Yields);
assignin("base","Prediction_Yields", app.Prediction_Yields);
assignin("base","Macros", app.Macros);
assignin("base","Analysis_Macros", app.Analysis_Macros);
assignin("base","Prediction_Macros", app.Prediction_Macros);
assignin("base","Yields_Macros", app.Yields_Macros);
assignin("base","Analysis_Macros", app.Analysis_Yields_Macros);
assignin("base","Analiz_Bitis_Tarihleri", app.Analiz_Bitis_Tarihleri);

% Grafik bölümü
ax = app.Insample_YC_Graph;
scatter(app.Insample_YC_Graph,app.Maturities,app.Analysis_Yields(end,:))
ax.XTick = app.Maturities;
ax.XTickLabel = num2str(app.Maturities);
ax.XTickLabelRotation = 90;
hold(ax)
plot(app.Insample_YC_Graph, app.Maturities, app.Est_Yields(end,:));
%app.Insample_YC_Graph.PositionConstraint = 'innerposition';
legend(ax, "Gerçek", "Tahmin", 'location', 'southeast');
hold(ax)

```

```

% Faktör Tahminleri
if app.Number_of_Factors == 3
    app.Beta1.Value = app.Est_Factors(end,1);
    app.Beta2.Value = app.Est_Factors(end,2);
    app.Beta3.Value = app.Est_Factors(end,3);

elseif app.Number_of_Factors == 4
    app.Beta1.Value = app.Est_Factors(end,1);
    app.Beta2.Value = app.Est_Factors(end,2);
    app.Beta3.Value = app.Est_Factors(end,3);
    app.Beta4.Value = app.Est_Factors(end,4);

elseif app.Number_of_Factors == 5
    app.Beta1.Value = app.Est_Factors(end,1);
    app.Beta2.Value = app.Est_Factors(end,2);
    app.Beta3.Value = app.Est_Factors(end,3);

end

% Tahmin ve Öngörü Performanslarının Tabloda Gösterilmesi

app.Estimation_Results.ColumnName = ["VADE" "RMSE (bp)" "MAE (bp)", "RRMSE
(%)", "RMAE (%)"];
app.Estimation_Results.Data = horzcat(["3ay" "6ay" "1yıl" "2yıl" "3yıl" "4yıl" "5yıl" "6yıl"
"7yıl" "8yıl" "9yıl" "10yıl"], round(100*mean(app.InS_RMSEs),2)',
round(100*mean(app.InS_MAEs),2)', round(100*mean(app.InS_RRMSEs),2)',
round(100*mean(app.InS_RMAEs),2)');
s = uistyle("HorizontalAlignment","center"); addStyle(app.Estimation_Results,s);

app.Forecast_Results.ColumnName = ["VADE" "RMSFE (bp)" "MAFE (bp)", "RRMSFE
(%)", "RMAFE (%)"];
app.Forecast_Results.Data = horzcat(["3ay" "6ay" "1yıl" "2yıl" "3yıl" "4yıl" "5yıl" "6yıl"
"7yıl" "8yıl" "9yıl" "10yıl"], round(100*(sqrt(mean(app.OoS_RMSFEs(:,1:12))))),2)',
round(100*mean(app.OoS_MAFEs(:,1:12)),2)',
round(100*(sqrt(mean(app.OoS_RRMSFEs(:,1:12))))),2)',
round(100*mean(app.OoS_RMAFEs(:,1:12)),2)');
s = uistyle("HorizontalAlignment","center"); addStyle(app.Forecast_Results,s);

```

